| عناصر الإجابة ( الموضوع الأول ) | | | العلامة | |
|---|---|---|---|---|
| | | | مجزأة | العلامة |
| **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | | | |
| **(1** | أ) | $u_1=6$ ، $u_2=19$ | $0,25\times 2$ | $2$ |
| | ب) | البرهان بالتراجع: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n\geq 3n+1$ | $0,5$ | |
| | | $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ | $0,25$ | |
| | جـ) | من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n=u_n+3n+4$ | $0,25$ | |
| | | $(u_n)$ متزايدة تماما. | $0,5$ | |
| **(2** | أ) | من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1}=v_n+\ln 2$ | $0,25+0,5$ | $1,25$ |
| | | $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ ، $v_0=3\ln 2$ | | |
| | ب) | $v_n=n\ln 2+3\ln 2$ ، $u_n=8\times 2^n-3n-7$ | $0,25\times 2$ | |
| **(3** | | $S_n=\left(\frac{\ln 2}{2}\right)(n+1)(n+6)$ | $0,5$ | $0,75$ |
| | | $T_n=2^{n+4}-\frac{3}{2}n^2-\frac{17}{2}n-15$ | $0,25$ | |
| **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | | | |
| **(1** | أ) | $P(A)=\frac{C_4^1\times C_6^2+C_4^2\times C_6^1+C_4^3}{C_{10}^3}=1-\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$ | $0,5\times 3$ | $2,75$ |
| | | $P(B)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}$ ، $P(C)=\frac{C_4^3+C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$ | | |
| | ب) | $P(D)=\frac{17}{120}$ ، $8=1+3+4=2+2+4=3+3+2$ | $0,5\times 2$ | |
| | | $9=2+3+4$ , $10=3+3+4$ | | |
| | | $P(C\cap D)=\frac{1}{60}$ ، $C\cap D=\{\{1;3;4\},\{2;3;4\}\}$ | | |
| | جـ) | $P(E)=1-P(D)=\frac{103}{120}$ | $0,25$ | |
| **(2** | | $E(X)=\frac{6}{5}$ ، $x_i$: 0, 1, 2, 3 ; $P(X=x_i)$: $\frac{5}{30}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{1}{30}$ | $0,25\times 5$ | $1,25$ |
| **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | | | |
| **(1** | أ) | $11x-5y=7$ تكافئ $5y=11x-7$ ومنه: $y\equiv 3[11]$ | $0,25$ | $1,25$ |
| | | $(x;y)=(5k+2;11k+3)$ , $k\in\mathbb{Z}$ | $0,5$ | |
| | ب) | $(x;y)\in\{(-3;-8),(2;3)\}$ | $0,25\times 2$ | |
| **(2** | أ) | $d\in\{1;7\}$ | $0,25\times 2$ | $1$ |
| | ب) | $(a;b)=(77k'+14;35k'+7)$ , $k'\in\mathbb{N}$ | $0,5$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3)** | أ) | $n=5k$ \| $5k+1$ \| $5k+2$ \| $5k+3$ \| $5k+4$ \| $k\in\mathbb{N}$<br>$3^n\equiv$ \| 1 \| 3 \| 9 \| 5 \| 4 \| $[11]$ | $0,25\times5$ |
| | ب) | من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $a^b\equiv9[11]$ | $0,25$ |
| | جـ) | $3^{1447}+a^b+a-b-9\equiv0[11]$ و $2015<n<2037$<br>$n\equiv2[11]$ و $2015<n<2037$ ومنه: $n=2026$ | $0,25+0,5$ |
| **4)** | | $\lambda=2026$ ويُكتب $\overline{13214}$ في نظام التعداد ذي الأساس 6 | $0,25\times2$ |
| **التمرين الرّابع ( 07 نقاط )** | | | |
| **1)** | أ) | $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ | $0,25$ |
| | ب) | $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ، $(c_f)$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته: $y=1$ | $0,25\times2$ |
| **2)** | أ) | من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=(x^2-x-2)e^{-x}$ | $0,75$ |
| | ب) | إشارة $f'(x)$<br>$f$ متناقصة تماماعلى $[-1\,;2]$ ومتزايدة تماما على المجالين<br>$[-1\,;-\infty[$ و $]2\,;+\infty[$ | $0,5$<br>$0,25\times2$ |
| | | جدول التغيّرات:<br>$x$: $-\infty$ ; $-1$ ; $2$ ; $+\infty$<br>$f'(x)$: + ; 0 ; − ; 0 ; +<br>$f(x)$: $-\infty$ ↗ $1+e$ ↘ $1-5e^{-2}$ ↗ $1$ | $0,5$ |
| **3)** | | الدالة $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[-1,7\,;-1,6]$<br>و $f(-1,6)\simeq1,2$ ، $f(-1,7)\simeq-0,04$<br>ومنه: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا $\alpha$ في $]-1,7\,;-1,6[$ | $0,25\times3$ |
| **4)** | أ) | $(T):y=-2x+2$ | $0,5$ |
| | ب) | $f(-2)=1-e^2$<br>رسم $(T)$<br>رسم $(c_f)$ | $0,25$<br>$0,25$<br>$0,5$ |
| | جـ) | للمعادلة $f(x)=m$ حلان سالبان تماما من أجل $2<m<1+e$ | $0,5$ |
| **5)** | أ) | من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$ ، $H'(x)=h(x)$ | $0,5$ |
| | ب) | $\mathscr{A}(\alpha)=2-\alpha-(\alpha^2+3\alpha+2)e^{-\alpha}$ ، $\mathscr{A}(\alpha)=\dfrac{\alpha^3+4}{1-\alpha-\alpha^2}$ | $0,25+0,5$ |

| | |
|---|---|
| $2,25$ | |
| $0,75$ | |
| $2,25$ | |
| $0,75$ | |
| $2$ | |
| $1,25$ | |

**ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.**

| | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | العلامة مجزأة | العلامة |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** | $u_1=-2$ ، $u_2=-8$ | $0,25\times 2$ | 1 |
| | من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n=-3\times 2^n$<br>$(u_n)$ متناقصة تماما. | $0,25\times 2$ | |
| **2)** | أ) المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0=4$ | $0,25+0,5$ | 1,5 |
| | **ب)** $v_n=4\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، $u_n=4-3\times 2^n$ | $0,5+0,25$ | |
| **3)** | $S_n=8\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$ ، $T_n=-6\times 2^n+4n+7$ | $0,5\times 2$ | 1,5 |
| | $L_n=(n+1)(2n+7)-6\left(2^{n+1}-1\right)=-12\times 2^n+2n^2+9n+13$ | 0,5 | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** | أ) $P(A)=\frac{A_5^3+A_3^3}{A_{11}^3}=\frac{1}{15}$ ، $P(B)=\frac{3A_2^1\times A_9^2}{A_{11}^3}=\frac{24}{55}$<br>$P(C)=\frac{3A_5^1\times A_6^2+A_6^3}{A_{11}^3}=\frac{19}{33}$ ، $P(D)=\frac{3A_5^2\times A_6^1+A_5^3}{A_{11}^3}=\frac{14}{33}$ | $0,75\times 4$ | 3,5 |
| | **ب)** $P(A\cap D)=\frac{A_5^3}{A_{11}^3}=\frac{2}{33}$ ، $P(A\cup D)=\frac{71}{165}$ | $0,25\times 2$ | |
| **2)** | $\frac{n^2}{(n+10)^2}=\frac{1}{4}$ ومنه: $n=10$ | $0,25\times 2$ | 0,5 |
| | **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | |
| **1)** | أ) $1447=7\times 206+5$ ، $1447\equiv 5[7]$<br>$2687=13\times 206+9$ ، $2687\equiv 9[13]$ | 0,25<br>0,25 | 2 |
| | **ب)** تبرير أنّ 1447 أوليّ.<br>القواسم الطبيعية للعدد 2894 هي: 1 ، 2 ، 1447 ، 2894 | 0,5<br>0,5 | |
| | **جـ)** $(x;y)\in\{(1;2893),(2;1445)\}$ | $0,25\times 2$ | |
| **2)** | $d\in\{1;2\}$ | $0,25\times 2$ | 1 |
| | من أجل $d=2$ نجد: $n=2k+1$ مع $k\in\mathbb{N}$ | 0,5 | |
| **3)** | أ) $A=(2n+1)(7n+5)=a(2n+1)$<br>$B=(2n+1)(13n+9)=b(2n+1)$ | 0,5<br>0,5 | 1,5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 0,25<br>0,25 | **ب)** من أجل $n=2k$، $k\in\mathbb{N}$ فإنّ: $d=1$ و $PGCD(A,B)=2n+1$<br>من أجل $n=2k+1$، $k\in\mathbb{N}$ فإنّ: $d=2$ و $PGCD(A,B)=2(2n+1)$ | |
| 0,5 | 0,5 | **4)** من أجل $d=1$ فإنّ: $PPCM(A,B)=(2n+1)(7n+5)(13n+9)$ | |
| **التمرين الرّابع ( 07 نقاط )** | | | |
| 1,5 | 0,25×3 | **1)** أ) $\lim\limits_{x\to 0^{+}} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to e^{-}} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to e^{+}} f(x)=-\infty$ | |
| | 0,25×2 | $(c_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتاهما: $x=0$ ، $x=e$ | |
| | 0,25 | **ب)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ | |
| 0,75 | 0,25 | **2)** أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=0$ | |
| | 0,25×2 | **ب)** $(c_f)$ أعلى $(\Delta)$ لمّا $0<x<e$ ، $(c_f)$ أسفل $(\Delta)$ لمّا $x>e$ | |
| 1,25 | 0,5 | **3)** أ) من أجل $x\in]0;e[\cup]e;+\infty[$ ، $f'(x)=1+\dfrac{\ln x}{(x-x\ln x)^2}$ | |
| | 0,25×2 | **ب)** الدالة $f'$ مستمرة على المجال $[0,4\ ;\ 0,5]$<br>و $f'(0,4)\simeq -0,56$ ، $f'(0,5)\simeq 0,03$ ، ومنه: $0,4<\alpha<0,5$ | |
| | 0,25 | **جـ)** جدول التغيّرات: | |
| 1,25 | 0,25 | أ) $f'(1)=1$ تكافئ $x=1$ | |
| | 0,25 | $(T): y=x+1$ | |
| | 0,25×3 | **4)** ب) الدالة $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3\ ;\ 3,1]$<br>و $f(3)\simeq -0,38$ ، $f(3,1)\simeq 0,65$<br>ومنه: للمعادلة $f(x)=0$ حلّ وحيد $\beta$ في المجال $]3\ ;\ 3,1[$ | |
| 1,75 | 0,25<br>0,25<br>0,5 | **5)** أ)<br>رسم $(T)$<br>رسم $(\Delta)$<br>رسم $(c_f)$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $0,25\times 3$ | **ب)** $m(x-x\ln x)=1$ تكافئ $f(x)=x+m$<br>$m<0$ أو $m=1$ : للمعادلة حلّ واحد ، $0\le m<1$ : ليس للمعادلة حل.<br>$m>1$ : للمعادلة حلّان. | |
| **6)** | $0,25$ | أ) من أجل كلّ $x$ من $]0;e[$ بـ: $h'(x)=\dfrac{-1}{x-x\ln x}$ | $0,5$ |
| | $0,25$ | **ب)** $\mathcal{A}=\int_{\frac{1}{e}}^{1}\dfrac{dx}{x-x\ln x}=(\ln 2)u.a$ | |

**ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.**