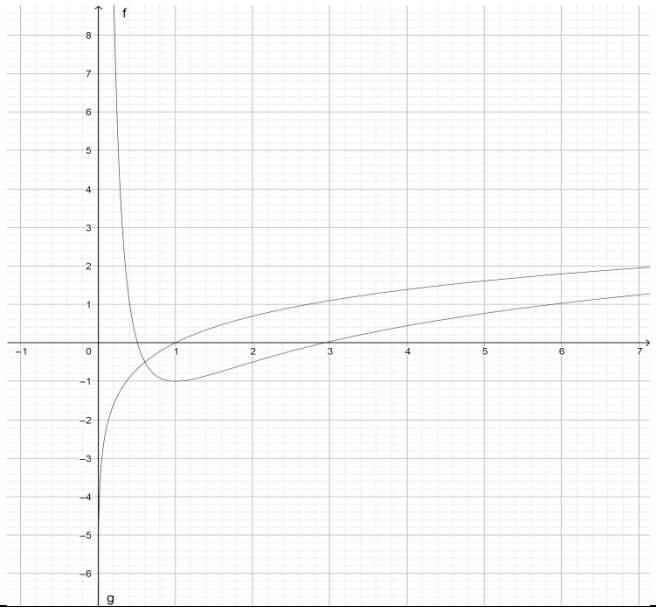
| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التّمرين الأوّل: (04 نقاط)** | | |
| **1)** أ) نقل الشّكل وتمثيل الحدود الأربعة الأوّلى على محور الفواصل | **0.5** | **0.75** |
| **ب)** وضع تخمين: $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة. | **0.25** | |
| **2)** أ) البرهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $\frac{1}{2} \le u_n < 1$ | **0.5** | **1.5** |
| **ب)** لدينا: من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}-u_n = \frac{u_n\left(3-\sqrt{4u_n^{\,2}+5}\right)}{\sqrt{4u_n^{\,2}+5}}$ | **0.5** | |
| وبما أن $3-\sqrt{4u_n^{\,2}+5} > 0$ فإن $(u_n)$ متزايدة تماما. (تقبل كل طريقة صحيحة للحل) | **0.25** | |
| استنتاج أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة. | **0.25** | |
| **3)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1} = \frac{9}{5}v_n$ ومنه $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{9}{5}$ و $v_0 = \frac{1}{3}$ | **0.5** **0.25** | **0.75** |
| **4)** أ ) عبارة الحد العام $v_n$: $v_n = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{9}{5}\right)^n$ و $u_n = \sqrt{\frac{1}{1+3\left(\frac{5}{9}\right)^n}}$ | **0.25** **0.5** | **1** |
| **ب)** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ | **0.25** | |
| **التّمرين الثّاني : (04 نقاط)** | | |
| **1)** نجد: $PGCD(693;216) = 9$ واستنتاج : $(E_1)$ و $(E_2)$ متكافئتان | **0.5+ 0.25** | **0.75** |
| **2)** التّحقّق أنّ الثّنائية $(2;3)$ حلّ للمعادلة $(E_2)$ | **0.25** | **1** |
| و حلول المعادلة $(E_2)$ في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ هي الثنائيات: $(24k+2;77k+3)\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ | **0.75** | |
| **3)** لدينا: $\lvert y-x\rvert \le 54$ يكافئ $k\in\{-1;0;1\}$ | **0.75** | **0.75** |
| وبالتّالي: $(x;y)\in\{(-22;-74),(2;3),(26;80)\}$ | | |
| **4)** $N = \overline{\beta 68\alpha}^{9} = \alpha + 729\beta + 558$ و $N = \overline{1\alpha\beta 0\alpha}^{6} = 217\alpha + 36\beta + 1296$ | **2x0.5** | **1.5** |
| مع $0 \le \alpha < 6$ و $0 < \beta < 6$ | | |
| لدينا: $217\alpha + 36\beta + 1296 = \alpha + 729\beta + 558$ تكافئ $693\beta - 216\alpha = 738$ ومنه: | **0.25** | |
| $\alpha = 3$ و $\beta = 2$ و $N = 2019$ | **0.25** | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التّمرين الثّالث: (05 نقاط)** | | |
| **1)** $P(A)=\frac{11}{21}$ ، $P(B)=\frac{12}{21}$. | **2x0.75** | **1.5** |
| **2) أ)** $P(A\cap B)=\frac{C_4^1\times C_1^1}{21}=\frac{4}{21}$ | **0.5** | **1** |
| **ب)** الاستنتاج: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{19}{21}$ | **0.5** | |
| **3)** مجموعة قيم $X$ هي $\{4;6;9\}$ وقانون احتمال $X$ معرف بالجدول التّالي: | **0.25** **1.25** | **1.5** |
| **4)** تكون اللّعبة عادلة من أجل $x^2-y^2=13$ ومنه: $x=7$ ، $y=6$. | **2x0.5** | **1** |
| **التّمرين الرابع: (07 نقاط)** | | |
| **I) 1)** من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $g'(x)=\frac{x+2}{x}$ و $g'(x)>0$ | **0.5** | **0.75** |
| ومنه $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$. | **0.25** | |
| **2)** نجد: $g(1)=0$ ، $g(x)$ سالبة تماما على $]0;1[$ وموجبة تماما على $]1;+\infty[$ | **0.25+0.75** | **1** |
| **II) 1) أ)** $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$. المستقيم ذي المعادلة $x=0$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ | **2x0.25** | **1** |
| **ب)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. | **0.5** | |
| **2) أ)** من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ | **0.5** | **1.25** |
| **ب)** الدّالة $f$ متناقصة تماما على $]0;1[$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ | **0.5** | |
| جدول التّغيرات | **0.25** | |
| **3) أ)** $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{-1}{x}-\frac{2\ln x}{x}\right)=0$. | **0.5** | **1.5** |
| التّفسير الهندسي: المنحنى $(\Gamma)$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ | **0.25** | |
| **ب)** لدينا: $f(x)-\ln x=-\frac{1}{x}(1+2\ln x)$ | **0.25** | |
| إشارة المقدار $f(x)-\ln x$ | **0.25** | |
| يكون المنحنى $(C_f)$ فوق $(\Gamma)$ على المجال $\left]0;e^{\frac{-1}{2}}\right[$ و تحت $(\Gamma)$ على $\left]e^{\frac{-1}{2}};+\infty\right[$ و $(C_f)\cap(\Gamma)=\left\{A\left(e^{\frac{-1}{2}};\frac{-1}{2}\right)\right\}$ | **0.25** | |

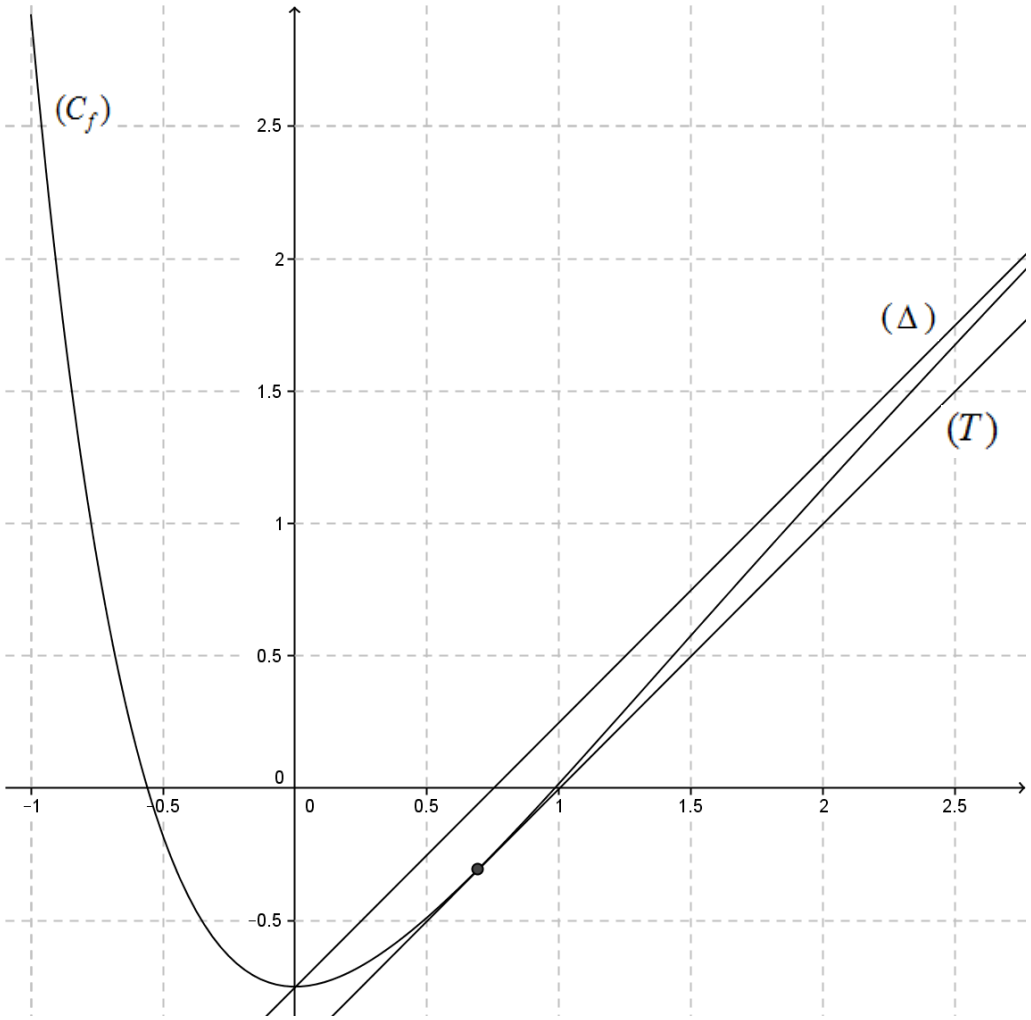
| $x_i$ | 4 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{10}{21}$ | $\frac{10}{21}$ | $\frac{1}{21}$ |

| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **4)** تبيان أن المنحنى $(C_f)$ يتقاطع مع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $\alpha$ و $\beta$<br>والتّحقّق أن: $0.5 < \alpha < 0.6$ و $2.9 < \beta < 3$ | **0.5**<br>**0.25** | **0.75** |
| **5)** رسم $(\Gamma)$<br>رسم $(C_f)$   | **0.25**<br>**0.5** | **0.75** |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التّمرين الأوّل: (04 نقاط)** | | |
| **I) 1)** لدينا عدد الحالات الممكنة : $C_9^3 = 84$<br>نجد: $P(A) = \frac{5}{84}$ ، $P(B) = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$ | **0.25**<br>**2x0.5** | **1.25** |
| **2) أ)** قيم $X$ هي 2 ، 3 و 4<br>$P(X=3) = \frac{3}{7}$<br>وقانون احتمال $X$ : | **0.25**<br>**0.75**<br>**2x0.5** | **2.25** |
| **ب)** $E(X) = \frac{65}{21}$ | **0.25** | |
| **II)** عدد الحالات الممكنة: $A_9^3 = 504$ و منه: $P(C) = 1 - \frac{A_4^3}{504} = \frac{20}{21}$ | **2x0.25** | **0.5** |
| **التّمرين الثّاني: (04 نقاط)** | | |
| **1) أ)** دراسة بواقي قسمة $3^n$ على 5 :<br>من أجل $n = 4k$ نجد $3^n \equiv 1[5]$ ، من أجل $n = 4k+1$ نجد $3^n \equiv 3[5]$<br>من أجل $n = 4k+2$ نجد $3^n \equiv 4[5]$ ، من أجل $n = 4k+3$ نجد $3^n \equiv 2[5]$ | **1** | **1.5** |
| **ب)** باقي قسمة العدد: $8^{2020} - 2 \times 3^{1441} - 1$ على 5 هو 4 | **0.5** | |
| **2)** لدينا: $a_n \equiv 0[5]$ يكافئ : $n = 4k+3$ و $k$ عدد طبيعي | **0.75** | **0.75** |
| **3) أ)** القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a_n$ و $b_n$ هي 1 و 5 | **0.5** | **1.75** |
| **ب)** بيان أنّ: $a_n \equiv 0[5]$ اذا وفقط اذا كان $b_n \equiv 0[5]$ | **0.5** | |
| **جـ)** قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون القاسم المشترك الأكبر للعددين<br>$a_n$ و $b_n$ هو 5 هي $n = 4k+3$ و $k$ عدد طبيعي، بالتّالي:<br>قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها $a_n$ و $b_n$ أوليان فيما بينهما هي:<br>$n = 4k$ ، $n = 4k+1$ و $n = 4k+2$ مع $k$ عدد طبيعي | **0.25**<br>**0.25**<br>**0.25** | |
| **التّمرين الثّالث: (05 نقاط)** | | |
| 1) برهان بالتّراجع، انّه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $-1 < u_n < 2$ | **1** | **1** |
| **2) أ )** بيان انّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n+2}$ | **0.5** | **1.25** |
| **ب)** المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.<br>الاستنتاج: المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة | **0.5**<br>**0.25** | |

| $x_i$ | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{5}{21}$ | $\frac{9}{21}$ | $\frac{7}{21}$ |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **3)** لدينا: $v_n = \dfrac{u_n+\alpha}{u_n+1}$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي. | | |
| أ) قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$ هي $-2$. | **1** | |
| ونجد $v_0 = -1$ | **0.25** | **2.75** |
| **ب)** من: $v_n = \dfrac{u_n-2}{u_n+1}$ نجد: $u_n = \dfrac{v_n+2}{1-v_n}$ ولدينا: $v_n = -\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ | **0.5** | |
| بالتالي: $u_n = \dfrac{2\times 4^n-1}{4^n+1}$ | **0.75** | |
| ونجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ | **0.25** | |
| **التّمرين الرابع: (07 نقاط)** | | |
| **1)** أ) بيان أنه من أجل كلّ $x$ من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = (1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$ | **0.5** | **2** |
| **ب)** $f'(x)<0$ على $]-1;0[$: و $f'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ مع: $f'(0)=0$ | **0.5** | |
| الاستنتاج: الدّالة $f$ متناقصة تماما على $]-1;0]$ و متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ | **0.25** | |
| **جـ)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ | **0.5** | |
| جدول التّغيرات | **0.25** | |
| **2)** أ) لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-\dfrac{3}{4})\right]=0$ ومنه $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ | **0.5** | **1.25** |
| **ب)** من إشارة $\left[f(x)-(x-\dfrac{3}{4})\right]$ | **0.5** | |
| نجد: $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $]-1;0]$ و $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ على $[0;+\infty[$ | | |
| و $(C_f)\cap(\Delta) = \left\{A\left(0;-\dfrac{3}{4}\right)\right\}$ | **0.25** | |
| **3)** لدينا: $f'(x)=1$ يكافئ: $x=\ln 2$ بالتّالي $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ | **0.5** | **0.75** |
| في النّقطة التي فاصلتها $\ln 2$ | | |
| و $(T): y = x-1$ | **0.25** | |
| **4)** لدينا: من أجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$: $f''(x) = e^{-x}(4e^{-x}-1)$ | **0.5** | **1.25** |
| و $f''$ تنعدم عند $\ln 4$ مغيّرة إشارتها بالتّالي $w\left(\ln 4;-\dfrac{15}{6}+\ln 4\right)$ نقطة انعطاف | **0.5** **0.25** | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **5)** رسم $(\Delta)$ و $(T)$<br>رسم $(C_f)$<br><br> | 2×0.25<br>0.5 | 1 |
| **6)** حلول المعادلة $f(x)=x+m$ هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ والمستقيم ذي المعادلة $y=x+m$<br>بالتّالي للمعادلة حلّان مختلفان يكافئ $m\in\left]-1;-\frac{3}{4}\right[$ | 0.25<br>0.5 | 0.75 |