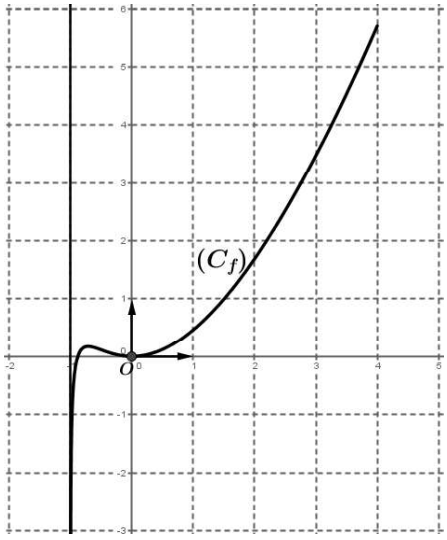
| | عناصر الإجابة ( الموضوع الأول ) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| **1** | أ) $P(A)=\dfrac{C_3^2+C_3^2+C_2^2}{C_8^2}=\dfrac{1}{4}$ | **0.5 + 0.25** | **2** |
| | $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{C_5^2}{C_8^2}=\dfrac{9}{14}$ | **0.5 + 0.25** | |
| | ب) $P(C)=\dfrac{C_5^1\times C_2^1}{C_8^2}=\dfrac{5}{14}$ | **2 × 0.25** | |
| **2** | أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1;2;3;4\}$ | **0.5** | **2** |
| | ب) قانون الاحتمال<br>$E(X)=\dfrac{9}{4}$ | **4 × 0.25**<br>**0.5** | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| **1** | البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية<br>إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | **0.25**<br>**0.75** | **1** |
| **2** | من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{3}(u_n-3)$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما | **0.25** | **0.25** |
| **3** | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\dfrac{2}{3}v_n$<br>$v_0=-2$ | **0.75**<br>**0.25** | **1.75** |
| | ب) من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $v_n=-2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=-2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+3$ | **2 × 0.25** | |
| | جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n=0$ | **0.25** | |
| **4** | $S_n=v_0\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}=-6\left[1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$ | **0.75** | 1 |
| | $T_n=S_n+3(n+1)=-6\left[1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right]+3n+3=3n-3+4\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ | **0.25** | |

ب) قانون الاحتمال

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{5}{28}$ | $\frac{12}{28}$ | $\frac{10}{28}$ | $\frac{1}{28}$ |

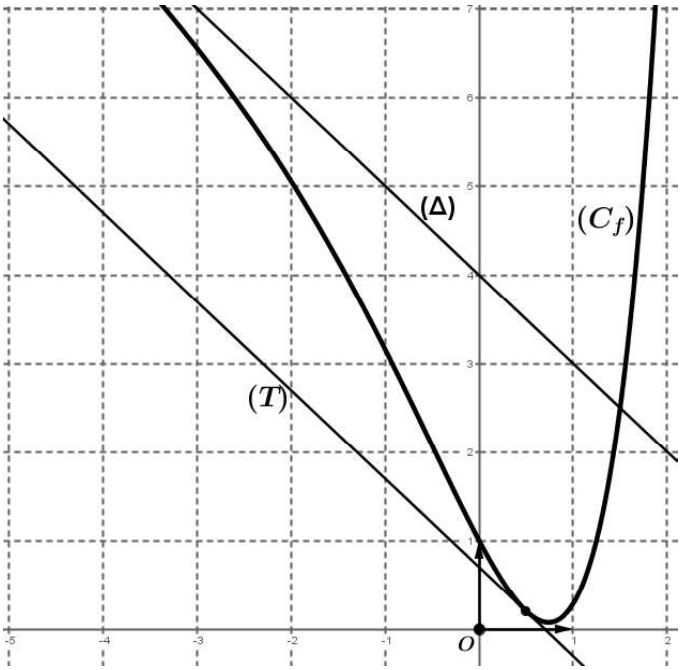
| | | | |
|---|---|---|---|
| **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | | |
| **1** | أ) $2^0 \equiv 1[7]$ ، $2^1 \equiv 2[7]$ ، $2^2 \equiv 4[7]$ ، $2^3 \equiv 1[7]$<br>$k \in \mathbb{N}$ جدول: $n$ \| $3k$ \| $3k+1$ \| $3k+2$ ؛ $2^n \equiv$ \| 1 \| 2 \| 4 \| $[7]$ | **2 × 0.75** | **3** |
| | ب) لدينا $1444 \equiv 2[7]$ ومنه $2023 \equiv 1[3]$ وعليه $1444^{2023} \equiv 2[7]$ | **3 × 0.25** | |
| | جـ) $1962n \equiv 2n[7]$ و $1444^{3n+1} \equiv 2[7]$ | **0.25** | |
| | $1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0[7]$ معناه $2n+2 \equiv 0[7]$ أي $n \equiv 6[7]$ | **0.25** | |
| | وعليه $n = 7\alpha + 6$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$ | **0.25** | |
| **2** | لدينا $7(4)-6(4)=4$ ومنه $(4;4)$ حلّ للمعادلة $(E)$ | **0.5** | **1.5** |
| | لدينا $\begin{cases} 7x-6y=4 \\ 7(4)-6(4)=4 \end{cases}$ ومنه $7(x-4)=6(y-4)$ | **0.5** | |
| | وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k+4;7k+4)/k \in \mathbb{Z}\}$ | **0.5** | |
| **3** | $2^{3x}+2^y \equiv 3[7]$ معناه $2^{3x}+2^{7k+4} \equiv 1+2^{k+1}[7]$، ومنه $2^k \equiv 1[7]$ | **0.25** | **0.5** |
| | وبالتالي $k = 3\lambda$، وعليه $(x;y) \in \{(18\lambda+4;21\lambda+4)/\lambda \in \mathbb{N}\}$ | **0.25** | |
| **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | | | |
| **(1 (I** | إشارة $g(x)$<br>$x$ \| $-1$ \| $\alpha$ \| $0$ \| $+\infty$ ؛ $g(x)$ \| $+$ \| $0$ \| $-$ \| $0$ \| $+$ | **0.75** | **0.75** |
| **(2** | $g(-0,72) \simeq 0,025$ و $g(-0,71) \simeq -0,027$<br>ومنه $g(-0,72) \times g(-0,71) < 0$ | **0.5** | **0.5** |
| **(1 (II** | أ) $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب لـ $(C_f)$ | **0.25+0.25** | **1** |
| | ب) $f(x) = x\left[\left(2+\frac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$ ومنه $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ | **0.25+0.25** | |
| **(2** | أ) من أجل كلّ $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$ | **0.75** | **2** |
| | ب) $f$ متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ | **0.25** | |
| | ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0;+\infty[$ | **0.25** | |
| | جـ) جدول التغيّرات<br>$x$ \| $-1$ \| $\alpha$ \| $0$ \| $+\infty$ ؛ $f'(x)$ \| $+$ \| $0$ \| $-$ \| $0$ \| $+$ ؛ $f(x)$ \| $-\infty$ ↗ $f(\alpha)$ ↘ $0$ ↗ $+\infty$ | **0.75** | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (3 | أ) الرسم:   | 0.75 | 1 |
| | ب) المعادلة $f(x)=m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0<m<f(\alpha)$ | 0.25 | |
| (4 | أ) من أجل كلّ $x$ من $]-1;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$ | 1 | 1.75 |
| | ب) $u.a$ $\mathscr{A}=\left[F(0)-F(\alpha)\right]=\left[2\alpha^2+2\alpha-\left(\alpha^2+3\alpha+2\right)\ln(\alpha+1)\right]$ | 0.25+0.25 | |
| | جـ) لدينا: $\ln(\alpha+1)=\dfrac{\alpha}{2(\alpha+1)}$ ومنه: $\mathscr{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$ | 0.25 | |

**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**

| | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | أ) $P(A)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{2}{11}$ | 0.5 + 0.25 | 2 |
| | $P(B)=\frac{C_3^2\times C_8^1}{C_{11}^2}=\frac{24}{55}$ | 0.5 + 0.25 | |
| | ب) $P(C)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ أو $P(C)=1-\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ | 2 × 0.25 | |
| 2 | أ) تبرير عناصر المجموعة $\{0;1;2;4\}$ | 0.5 | 2 |
| | ب) قانون الاحتمال<br>$x_i$: 0 \| 1 \| 2 \| 4<br>$P(X=x_i)$: $\frac{27}{55}$ \| $\frac{3}{55}$ \| $\frac{15}{55}$ \| $\frac{10}{55}$ | 4 × 0.25 | |
| | $E(X)=\frac{73}{55}$ | 0.25 | |
| | جـ) $P\left(e^{X+6}<2023\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{6}{11}$ | 0.25 | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | **الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ $h(x)=ke^x+2$ و $h(0)=1446$ | 0.5 + 0.5 | 01 |
| 2 | **الاقتراح الصحيح هو جـ)** لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-x+\ln x-\ln(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\ln\frac{x}{x+1}\right)$ | 0.5 + 0.5 | 01 |
| 3 | **الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ $I=\int_0^{\ln 2}\left(e^{-x}+1\right)dx=\left[-e^{-x}+x\right]_0^{\ln 2}$ | 0.5 + 0.5 | 01 |
| 4 | **الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ $2n+1$ و $3n+1$ أوليّان فيما بينهما<br>و $PGCD\left(2n^2+n\ ;\ 3n^2+n\right)=n\times PGCD(2n+1\ ;\ 3n+1)$ | 0.5 + 0.5 | 01 |
| | **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | |
| 1 | البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية | 0.25 | 1 |
| | إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | 0.75 | |
| 2 | من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1}-u_n<0$ | 0.25 | 0.5 |
| | نستنتج أنّ $(u_n)$ متناقصة تماما | 0.25 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$ <br> $v_0=1$ | 0.75 <br> 0.25 | 2.5 |
| | ب) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$، $v_n=v_0\times q^n=\left(\frac{1}{3}\right)^n$ <br> $u_n=\frac{2}{3-v_n}=\frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ | 2 × 0.25 <br> 2 × 0.25 | |
| | ج) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{2}{3}$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$ | 0.5 | |
| 4 | $S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=S_n=\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ <br> $T_n=3(n+1)-S_n=3n+3-\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]=3n+\frac{1}{2}\left[3+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$ | 0.75 <br> 0.25 | 1 |
| **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | | | |
| 1 (I | $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,7\ ;\ 0,8]$ و $g(0,7)\times g(0,8)<0$ <br> ( $g(0,7)\simeq-0,19$ و $g(0,8)\simeq 0,34$ ) | 2 × 0.25 | 0.5 |
| 2 | إشارة $g(x)$ <br> $x$: $-\infty$ ; $\alpha$ ; $+\infty$ <br> $g(x)$: $-$ ; $0$ ; $+$ | 0.75 | 0.75 |
| 1 (II | أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 2 × 0.25 | 1.5 |
| | ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+4)\right]=0$ | 0.25 | |
| | ج) على $]-\infty;\frac{3}{2}[$ : $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ وعلى $]\frac{3}{2};+\infty[$ : $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ <br> $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$ | 3 × 0.25 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.5 | 0.75 | أ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$ | 2 |
| | 2 × 0.25<br>0.25 | ب) $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$<br>جدول التغيّرات<br>$x$: $-\infty$ ، $\alpha$ ، $+\infty$<br>$f'(x)$: $-$ ، $0$ ، $+$<br>$f(x)$: $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$ | |
| 1.75 | 2 × 0.25 | أ) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ومعادلة لـ $(T)$ : $y=-x+4-2\sqrt{e}$ | 3 |
| | 0.25<br>0.25<br>0.50 | ب) الرسم:<br>رسم $(\Delta)$<br>رسم $(T)$<br>رسم $(C_f)$<br><br> | |
| | 0.25 | ج) للمعادلة $f(x)=-x+m$ حلّان بالضبط من أجل $4-2\sqrt{e}<m<4$ | |
| 1 | 0.5 | أ) من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$ ، $F'(x)=(-2x+3)e^x$ | 4 |
| | 2 × 0.25 | ب) $\int_{-1}^{0}\left[(-x+4)-f(x)\right]dx=\left[F(x)\right]_{-1}^{0}=\frac{5e-7}{e}\ u.a$ | |

**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**