الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2023**

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=2023$ و $b=1444$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+b^2+2 على 5

2) أ) بيّن أنّ: $b\equiv -1[5]$

ب) تحقّق أنّ العدد $b^{2024}-1$ يقبل القسمة على 5

3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $b^{2n}\equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=5n-2$

1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتج رتبته.

4) تحقّق أنّ: $u_0+u_1+\cdots+u_{405}=410263$

5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3=13$ و $v_{10}=48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x-2)$

ب) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[0;2]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3) (T) المماس للمنحني $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقّق أنّ: $y=-x+\frac{1}{3}$ معادلة لـ (T)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f(x)=\frac{1}{3}(x-\ )x^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

جـ) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني $\left(C_f\right)$ مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و $\left(C_f\right)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=1945$ و $b=2024$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

ب) بيّن أنّ: $a\equiv -1[7]$

2) استنتج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بتردد 7

3) بيّن أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7

4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n}\equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n}+bn+1\equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q=2$ و $u_2+u_3=60$

1) بيّن أنّ: $u_0=5$

2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=5\times 2^n$

جـ) استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماما.

4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\times 2^{n+1}-5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x^3+3x+2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g'(x)=-3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أنّ الدّالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1;1]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة g

3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g(x)=(2-x)(x+1)^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$

جـ) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات.

4) (T) المماس للمنحني (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

تحقّق أنّ: $y=3x+2$ معادلة لـ (T)

5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و (C_g)

انتهى الموضوع الثاني