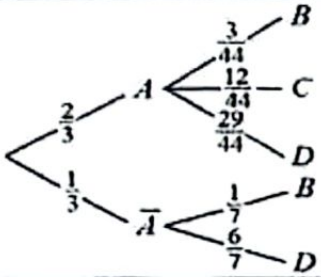
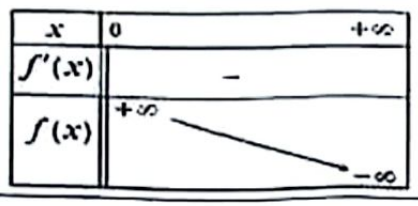
	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	شجرة الاحتمالات: 	0,75	0,75
2)	أ) $P(B)=\frac{43}{462}$ ، $P(C)=\frac{2}{11}$ ، $P(D)=\frac{335}{462}$ ، $P(B\cup C)=\frac{127}{462}$	0,25×4	2
	ب) $P(A\cap\overline{B})=\frac{2}{3}\times\frac{12}{44}+\frac{2}{3}\times\frac{29}{44}=\frac{41}{66}$	0,5	
	جـ) $P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{287}{419}$	0,5	
3)	$x_i\in\{1;2;3\}$ $E(X)=\frac{965}{462}$ $P(X=x_i)$: $\frac{43}{462}$; $\frac{335}{462}$; $\frac{84}{462}$	0,25×5	1.25
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	$S=\{-i\,;\,i\,;3-2i\,;3+2i\}$	0,25×4	1
2)	أ) $z_A-z_C=2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $z_B-z_C=3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	0,25×2	2,25
	ب) $\lvert L\rvert=\frac{2}{3}$ ، $\arg(L)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ ، المثلث ABC قائم في C	0,25×3	
	جـ) النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها ω منتصف $[AB]$ لاحقته $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$ ونصف قطرها $\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$ بما أنّ: $\omega O=\frac{\sqrt{26}}{2}$ فإنّ O تنتمي إلى الدائرة (C)	0,25×2	
	د) $S_n=\lvert L\rvert^1+\cdots+\lvert L\rvert^n=\lvert L\rvert^0+\lvert L\rvert^1+\cdots+\lvert L\rvert^n-1=2\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=2$	0,25 0,25	
3)	لدينا: $\cos(2\theta)=2\cos^2\theta-1$ و $\sin(2\theta)=2\sin\theta.\cos\theta$ ومنه: $z_\theta=2\cos\theta(\cos\theta-i\sin\theta)$	0,25	0,75

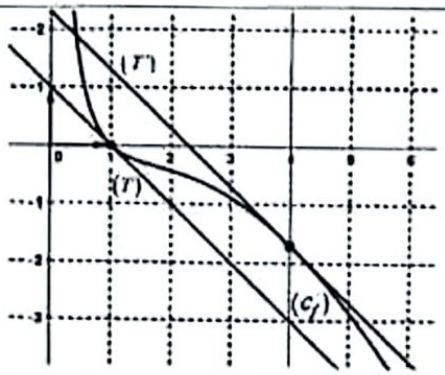
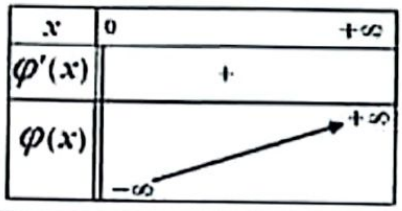
	0,25 0,25	لما: $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ فإن $\|z_0\|=2\cos\theta$ و $\arg(z_0)=-\theta+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ لما: $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ فإن $\|z_0\|=-2\cos\theta$ و $\arg(z_0)=\pi-\theta+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$	
التمرين الثالث (05 نقاط)			
1,25	0,5+0,25	أ) تبيان أن: $y\equiv 2[13]$ ومنه: $\begin{cases}x=2k+3\\y=13k+2\end{cases}; k\in\mathbb{Z}$	1)
	0,5	ب) $PGCD(x;y)=35$ يعني 35 يقسم x و 35 يقسم y ومنه: $k=35k'-19$ وعليه: $\begin{cases}x=70k'+35\\y=455k'+210\end{cases}; k'\in\mathbb{Z}$	
1,5	0,75	أ) $n=$ | $5k$ | $5k+1$ | $5k+2$ | $5k+3$ | $5k+4$ | $k\in\mathbb{N}$ $5^n\equiv$ | 1 | 5 | 3 | 4 | 9 | [11]	2)
	0,25 0,25×2	ب) $1446\equiv 5[11]$ ، $1446^{x+y}\equiv 5^{5(3k+1)}[11]$ و $k\in\mathbb{N}$ $6n^2+1\equiv 0[11]$ أي: $n^2\equiv 9[11]$ يكافئ $6n^2+1446^{x+y}\equiv 0[11]$ ومنه: $n=11\gamma+3$ أو $n=11\gamma+8$ مع $\gamma\in\mathbb{N}$	
1,25	0,5 0,25×3	لدينا: $\begin{cases}\lambda=20\beta+320\alpha+1025\\\lambda=216\alpha+36\beta+1305\\0\le\alpha<4;0\le\beta<4\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}13\alpha-2\beta=35\\0\le\alpha<4;0\le\beta<4\end{cases}$ نستنتج أن: $(\alpha;\beta)=(3;2)$ و $\lambda=2025$	3)
1	0,25 0,25 0,25 0,25	$2025=3^4\times 5^2$ $d^4\left[7(a'b')^2-3\right]=2025$ تكافئ $7(ab)^2-3d^4=2025$ مع $PGCD(a';b')=1$ ومنه: $d\in\{1;3\}$ لمّا $d=1$: ينتج $7(a'b')^2=2028$ ، ليس للمعادلة حلّ طبيعي. لمّا $d=3$: ينتج $a'b'=2$ ومنه: $(a;b)\in\{(3;6),(6;3)\}$	4)
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1	0,25×2 0,25 0,25	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=(1+x)e^x$ ، إشارة $g'(x)$ الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;-1[$ ومتزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ ونستنتج أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1+xe^x>0$ و $g(-1)=1-e^{-1}$	1)
0,75	0,25	أ) إشارة $h(x)$: x | $-\infty$ | α | 0 | $+\infty$ $h(x)$ | + | 0 | − | 0 | +	2)
	0,25×2	ب) لدينا: $h(-0,7)\simeq -0,02$ و $h(-0,6)\simeq 0,03$ ومنه: $-0,7<\alpha<-0,6$	

II) 1)	أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$: تبيان أنّ	0,25×2	2
	ب) $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(2x+2)\right)=0$ ، (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$	0,25	
	$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=0$ ، (Δ') مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	0,25	
	جـ) لدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-(2x+2)=-\dfrac{2(x+1)e^x}{1+xe^x}$	0,5	
	لمّا $x=-1$: (Δ) يقطع (C_f) في $A(-1;0)$		
	لمّا $x<-1$: (C_f) أعلى (Δ) ولمّا $x>-1$: (C_f) أسفل (Δ)		
	ولدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-2x=\dfrac{2-2e^x}{1+xe^x}$	0,5	
	لمّا $x=0$: (Δ') يقطع (C_f) في $O(0;0)$		
	لمّا $x<0$: (C_f) أعلى (Δ') ولمّا $x>0$: (C_f) أسفل (Δ')		
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2h(x)}{(1+xe^x)^2}$	0,5	1,25
	ب) الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;\alpha]$	0,5	
	جدول التغيرات:	0,25	
3)	رسم (Δ) ، (Δ')	0,25×2	1
	رسم (C_f)	0,5	
4)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1-\dfrac{1-e^x}{1+xe^x}=\dfrac{(x+1)e^x}{1+xe^x}$	0,25	0,5
	ب) $\mathcal{A}=\int_0^1 \dfrac{2(x+1)e^x}{1+xe^x}dx=8\ln(e+1)\ cm^2$	0,25	
5)	$k'(x)=2x\,f'(x^2)$	0,25	0,5
	الدالة k متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$		
	جدول التغيرات:	0,25	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيّد بسلم التنقيط.

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	أ) من أجل كلّ x من $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$ ، $f'(x)=\frac{-x^2-2x+1}{(x^2+1)^2}$ إشارة $f'(x)$ ، الدّالة f متزايدة تماما على $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$	0,5 0,25×2	1
2)	أ) البرهان بالتّراجع.	0,5+0,25	1,25
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2(u_n+1)}{u_n^2+1}$ (u_n) متناقصة تماما.	0,5	
3)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+1=\frac{u_n+1}{u_n^2+1}$ ولدينا: $\frac{1}{2}<\frac{1}{u_n^2+1}\leq\frac{4}{5}$ ومنه: $u_{n+1}+1\leq\frac{4}{5}(u_n+1)$	0,5	1
	ب) استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<u_n+1\leq\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^n$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$	0,25 0,25	
4)	تبيان أنّ: $S_n\leq-2\left(\frac{4}{5}\right)^n-n+\frac{3}{2}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$	0,25+0,5	0,75
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	$S=\{-2-i;2-i;2+i\}$	0,25×3	0,75
2)	أ) $L=2i$ ، $L=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ المثلث ABC قائم في A	0,5+0,25 0,5	2,5
	ب) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=\sqrt{5}$ ومنه: النقط A ، B و C تنتمي إلى الدّائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{5}$	0,25 0,5	
	جـ) $z_A=\frac{z_B+z_D}{2}$ تكافئ $z_D=2-3i$ $z_A=\frac{z_C+z_E}{2}$ تكافئ $z_E=6-i$	0,25×2	

3)	لدينا: $\cos(2\theta)=1-2\sin^2\theta$ و $\sin(2\theta)=2\sin\theta.\cos\theta$ ومنه: $z_0=2\sin\theta(\sin\theta+i\cos\theta)$ — 0,25 $z_0=2\sin\theta\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)$ — 0,75 من أجل $-\frac{\pi}{2}<\theta<0$: $\lvert z_0\rvert=-2\sin\theta$ و $\arg(z_0)=\frac{3\pi}{2}-0+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ — 0,25 من أجل $0<\theta<\frac{\pi}{2}$: $\lvert z_0\rvert=2\sin\theta$ و $\arg(z_0)=\frac{\pi}{2}-\theta+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ — 0,25		
	التمرين الثالث(05 نقاط)		
1)	أ) $116=2^2\times29$ ، $81=3^4$ ومنه: $PGCD(116;81)=1$ — 0,25×3		1,5
	ب) $(x;y)=(81k+7;116k+10)$; $k\in\mathbb{Z}$ — 0,25×3		
2)	أ) $7^0\equiv1[9]$ ، $7^1\equiv7[9]$ ، $7^2\equiv4[9]$ — 0,25 من أجل كلّ عدد طبيعي k : $7^{3k}\equiv1[9]$ ، $7^{3k+1}\equiv7[9]$ ، $7^{3k+2}\equiv4[9]$ — 0,75		2,5
	ب) من أجل $n=3k$ ، $7^{2n+1}\equiv7[9]$ من أجل $n=3k+1$ ، $7^{2n+1}\equiv1[9]$ من أجل $n=3k+2$ ، $7^{2n+1}\equiv4[9]$ — 0,25×3		
	ج) $x^y\equiv4[9]$ تكافئ: $k=3k'+2;k'\in\mathbb{N}$ — 0,25 ومنه: $(x;y)=(243k+169;348k+242)$; $k\in\mathbb{N}$ — 0,25×2		
3)	أ) إذا كان d قاسما للعددين a ، b فإنّ d يقسم $5a-7b$ و $3b-2a$ وبالتالي d يقسم العددين α ، β ومنه: a ، b أوليّان فيما بينهما. — 0,25×2		1
	ب) $\alpha=3b-2a=11$ ، $\beta=5a-7b=13$ — 0,25×2		
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
I)	g سالبة تماما على $]0;+\infty[$ — 0,25 $h(\alpha)=0$ ، h موجبة تماما على $]0;\alpha[$ وسالبة تماما على $]\alpha;+\infty[$ — 0,5 $h(1,8)\simeq-0,15$ و $h(1,7)\simeq0,18$ ومنه: $1,7<\alpha<1,8$ — 0,25×2		1,25
II) 1)	أ) $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ — 0,25×2		1,5
	ب) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ — 0,5		
	ج) الدالة f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ — 0,25 جدول التغيرات: — 0,25		

2)	$f'(x)=-1$ تكافئ $x=1$ أو $x=4$ $(T): y=-x+1$ ، $(T'): y=-x+4-8\ln 2+8(\ln 2)^2$	0,5 0,25×2	1
3)	أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f''(x)=\frac{h(x)}{x^2}$	0,25	0,5
	ب) f'' تنعدم وتغير إشارتها عند α و $B(\alpha\ ;\ f(\alpha))$ نقطة انعطاف	0,25	
4)	$f(e^2)=8-2e^2$ رسم (T') ، (T) رسم (C_f) 	0,25 0,25×2 0,5	1,25
5)	أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $k'(x)=(\ln x)^2$	0,25	1
	ب) $\int_1^e x\ln x\,dx=\left[\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}\right]_1^e=\frac{e^2+1}{4}$	0,5	
	جـ) $\mathcal{A}=\int_1^e -f(x)\,dx=\frac{e^2+1}{4}-2(k(e)-k(1))=\frac{e^2-8e+17}{4}\ u.a$	0,25	
6)	من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $\varphi'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$ الدالة φ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ جدول التغيرات: 	0,25 0,25	0,5

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.