الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

الموضوع الأول

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
أعداد مركبة تحويلات نقطية	**تمرين 1:**(5 نقاط) 1. المعادلة المركبة للتشابه S هي : $z' = \sqrt{3}iz$ عناصر S: المركز O، النسبة $k = \sqrt{3}$، الزاوية $\theta \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ 2 - أ)إنشاء النقط A_0 و A_1 و A_2 ب) إثبات أنّ : $z_n = 2\left(\sqrt{3}\right)^n e^{i\left(n\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)}$ نستعمل البرهان بالتراجع أو العلاقة $z_{n+1} = \sqrt{3}iz_n$ $n \in \mathbb{N}$ ج) تعيين الأعداد الطبيعية n حتى تكون النقطة A_n من المستقيم (OA_1) نجد $n = 2k+1$ مع $k \in \mathbb{N}$ 3. أ) (U_n)متتالية هندسية حدّها الأوّل $U_0 = 4$ وأساسها $q = \sqrt{3}$ ب) عبارة (U_n) بدلالة n هي $U_n = 4\left(\sqrt{3}\right)^n$ ج) حساب المجموع : $S_n = \frac{4}{\sqrt{3}-1}\left[\left(\sqrt{3}\right)^{n+1} - 1\right]$ $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = +\infty$	0.5 0.25×2 0.25×3 0.5 0.5 0.25×2+0.5 0.5 0.5 0.25	05
هندسة فضائية	**تمرين 2:** (4 نقاط) 1. معادلة سطح الكرة S هي $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$ 2. أ) معادلة المستوي (P) هي $x - 2y - 2z - 3 = 0$	0.75 0.75	

121

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	ب) $B(-1,1,-3)$ هي نقطة تقاطع (D) و (P)	0.75	
	منه $d(C;(D))=BC=3$	0.75	
	ج) نستنتج أنّ (D) مماس لسطح الكرة S	0.5+0.5	04
الموافقات	**تمرين 3:** (5 نقاط)		
	1. أ) المعادلة (E) تقبل حلا في $\mathbb{Z}^2$ لأن $PGCD(3,21)=3$ والعدد 78 يقبل القسمة على 3	0.25	
	ب) إثبات أنه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 5[7]$	0.75	
	استنتاج حلول (E): $(x,y)=(5+7k,-3+k)$ مع $k\in\mathbb{Z}$	0.75	05
	2. أ) دراسة بواقي قسمة العدد 5^n على 7	0.25×6	
	$5^{6m}\equiv 1[7]$ ، $5^{6m+1}\equiv 5[7]$ ، $5^{6m+2}\equiv 4[7]$ ، $5^{6m+3}\equiv 6[7]$		
	$5^{6m+4}\equiv 2[7]$ ، $5^{6m+5}\equiv 3[7]$ ، $m\in\mathbb{N}$		
	ب) تعيين الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^2$		
	* نعلم أنّ حلول (E) هي : $(x,y)=(5+7k,-3+k)$ وحيث أنّ $(x,y)\in\mathbb{N}^2$ فإنّ $k\geqslant 3$ بوضع $k'=k-3$ مع $k\geqslant 3$ نجد $k=k'+3$ مع $k'\in\mathbb{N}$ ومنه $(x,y)=(26+7k',k')$ نعوض x و y في $5^x+5^y\equiv 3[7]$ فنجد $5^{k'+1}\equiv 3[7]$	0.5+0.25	
	* وباستخدام بواقي قسمة 5^n على 7 نجد $k'=6m+4$ مع $m\in\mathbb{N}$ منه $(x,y)=(42m+54,6m+4)$	0.5+0.5	
الدوال العددية المتتاليات العددية	**تمرين 4:** (6 نقاط)		
	1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=+\infty$	0.25	
	تفسير النتيجة: يوجد نصف مماس يوازي محور التراتيب	0.25	
	* دراسة تغيرات الدالة f حيث:		
	* $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$ - إشارة $f'(x)$ واتجاه التغيّر - جدول التغيرات	2×0.25+0.5	
	* إنشاء المنحنى (C) والمستقيم (D)	0.25+0.5	
	2.أ- تمثيل الحدود U_0، U_1، U_2 على محور الفواصل باستعمال المستقيم (D) والمنحنى (C)	0.25×4	

122

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	ب- التخمين: ..... المتتالية (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة	0.5	
	3. أ- البرهان بالتراجع على العدد الطبيعي n أنّ : $2 \leqslant U_n \leqslant 5$	0.75	
	البرهان بالتراجع أنّ : $U_{n+1} > U_n$	0.75	
	(يمكن استعمال العلاقة $U_{n+1} = f(U_n)$)		
	ب- استنتاج أن (U_n)متقاربة:	0.25	
	حسب جوابي السؤالين أ و ب من 3 فإنّ (U_n) محدودة من الأعلى ومتزايدة تماما وبالتالي فهي متقاربة وهو ما يؤكد صحّة المخمّنة السابقة		
	* حساب $\lim_{n \to +\infty} U_n = 5$	0.5	06
	انتهى		

اختبار مادة : الرياضيات **الشعبة :** رياضيات دورة : جوان 2008

الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأعداد المركبة	**تمرين 1:** (5 نقاط)		
	1) بيان أنه إذا كان $P(a)=0$ فإن $P\left(\frac{1}{a}\right)=0$ (0 ليس جذرا لـ $P(z)$)	0.5	0.5
	2) $P(1+i)=0$	0.5	0.5
	3) حلول المعادلة : $1+i$ حل إذا مقلوبه $\frac{1-i}{2}$ حل كذلك	0.25	
	الحلان الآخران هما حلا المعادلة : $2z^2+(3-i)z+2=0$	0.75	2
	$\Delta=-8-6i=(1-3i)^2$ ، $z=\frac{-1-i}{2}$ أو $z=-1+i$	1	
	4) الشكل الأسي للحلول	0.25×2 0.5×2+	1.5
	5) $ABCD$ مربع من أجل $m=2$	0.5	0.5
المتتاليات العددية	**تمرين 2:** (4 نقاط)		
	1) $U_1=\frac{7}{3}$ و $U_2=\frac{23}{9}$ و $U_3=\frac{73}{27}$	0.75	0.75
	2) - البرهان بالتراجع	1+0.25	
	$U_n=3-\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0.5	2.25
	$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=3$	0.5	
	3) المجموع $S=\frac{n(n+1)}{3}+3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-3$	2×0.5	1

العلامة		عناصر الإجابة	عدد الموضوع
المجموع	مجزأة		
		تمرين 3: (4 نقاط)	الهندسة الفضائية
0.5	0.5	I- (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي	
	0.25	2- أ) $(MN)\perp(\Delta)$ يكافئ $3\alpha+\lambda+6=0$	
	0.25	$(MN)\perp(\Delta')$ يكافئ $8\alpha+21\lambda+46=0$	
1.5	2×0.25	$\lambda=-\frac{18}{11}$ و $\alpha=-\frac{16}{11}$	
	2×0.25	$M\left(\frac{15}{11},\frac{13}{11},\frac{14}{11}\right)$ و $N\left(\frac{50}{11},\frac{43}{11},\frac{39}{11}\right)$	
0.25	0.25	ب) $MN=\frac{5\sqrt{110}}{11}$	
	1	3- معادلة المستوي (P) هي $7x+6y+5z-23=0$	
1.75	0.5	4- المسافة : $d=\frac{\lvert 42+7\alpha+6-12\alpha+25+5\alpha-23\rvert}{\sqrt{49+36+25}}=5\frac{\sqrt{110}}{11}$	
	0.25	نلاحظ أن : $d=MN$	
		تمرين 4: (7 نقاط)	دراسة الدوال العددية (الأسية)
		I-	
	0.25×2	1) - $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	
2	0.5+0.5	- المشتق و إشارته	
	0.5	- جدول التغيرات	
1	0.25×2	2) - $\omega(0,1)$ نقطة إنعطاف و معادلة المماس $y=1$	
	0.5	- إثبات أن ω مركز تناظر للمنحني	
1	0.25×2	3) - $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(x+3))=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1))=0$	
	0.25×2	- استنتاج معادلتي المستقيمين المقاربين	
2	0.5+0.5	4) - للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد x_0 من المجال $]-2.77;-2.76[$	
	0.25×2	$f(-1)=0.92$; $f(1)=1.08$	
1	0.5	- رسم C_f	
	0.25+0.25	II- 1) $g(x)=f(-x)$ و C_g هو نظير C_f بالنسبة لحامل محور التراتيب	
	0.5	2) إنشاء C_g	