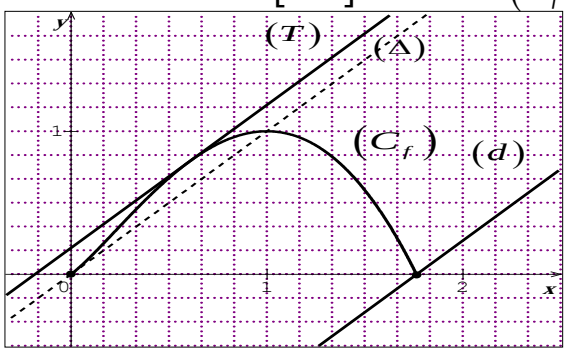
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) حل المعادلة في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0;y_0)=(4;3)$ $PGCD(673;505)=1$ ومنه: $(x;y)=(673k+4;505k+3)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$	0.5 0.75 0.75	**02**
2) بيان أن x و y لهما نفس الإشارة: $(673k+4)(505k+3)>0$ محققة من أجل كل $k\in\mathbb{Z}$	0.5	**0.5**
3) كتابة u_α بدلالة α : (u_n) متتالية حسابية، $\alpha\in\mathbb{N}$; $u_\alpha=3+505\alpha$	2×0.25	**01**
- كتابة v_β بدلالة β : (v_n) متتالية حسابية، $\beta\in\mathbb{N}$; $v_\beta=4+673\beta$	2×0.25	
4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n): $u_\alpha=v_\beta$ تكافئ $3+505\alpha=4+673\beta$ ومنه: $505\alpha-673\beta=1$ ومنه: $(\alpha;\beta)=(673k+4;505k+3)$ مع $k\in\mathbb{N}$ $u_\alpha=505\alpha+3$ أي $u_k=339865k+2023$ مع $k\in\mathbb{N}$. اي $w_n=339865n+2023$ وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r=339865$ وحدها الأول 2023 **ب)** $p=X_1.X_2.....X_n=(673)^n n!$	0.25 0.25	**0.5**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تبيان أن المثلث ABC قائم في A : $\overrightarrow{AB}(0;-2;1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0;2;4)$. $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=0$ ومنه: ABC قائم في A.	2×0.25 0.5 0.25	**1.25**
2) كتابة معادلة المستوي (Q): $(Q):y+2z+2=0$	0.75	**0.75**
3) أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له: $(P_m):(m-1)x+2y-z-m=0$.....① تكافئ $m(x-1)+(-x+2y-z)=0$ ومنه:	0.25	**01**
ومنه: $\begin{cases}x-1=0\\-x+2y-z=0\end{cases}$ و $\begin{cases}x=1\\z=2y-1\end{cases}$ إذن: $(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ و $t\in\mathbb{R}$ مع	0.25	
• التحقق أن A و C نقطتان من (Δ): $A\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=0\\z=2(0)-1=-1\end{cases}$ ، $C\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=2\\z=2(2)-1=3\end{cases}$	0.25	
ب. تبيان أن (P_m) يعامد المستوي (Q): • $\overrightarrow{n_{(P_m)}}(m-1;2;-1)$ و $\overrightarrow{n_{(Q)}}(0;1;2)$ ومنه $\overrightarrow{n_{(P_m)}}\bullet\overrightarrow{n_{(Q)}}=0$	0.25	
4) أ. تبيان أن $d(m)=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$: $d(m)=\dfrac{\lvert(m-1)(1)+2(-2)-0-m\rvert}{\sqrt{(m-1)^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$	0.25	**01**

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
- تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$	0.25 0.25	
ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m): من أجل $m=1$. $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A\in(p_m) \text{ و} \end{cases}$ ومنه A المسقط العمودي لـ B	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) - حل المعادلة في $\mathbb{C}$: $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ .....①	6×0.25	**1.50**
① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i \;;\; z_2=\overline{z_1} \\ z_3=1+i\sqrt{2} \;;\; z_4=\overline{z_3} \end{cases}$		
2) **أ.** حساب $\lvert z_A-1\rvert$ ، $\lvert z_C-1\rvert$ و $\lvert z_D-z_E\rvert$. $\lvert z_A-1\rvert=\sqrt{2}$ ، $\lvert z_C-1\rvert=\sqrt{2}$ و $\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$	0.75	**1.50**
- استنتاج أن النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. لدينا: $\lvert z_A-z_E\rvert=\lvert z_C-z_E\rvert=\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$ و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$.	0.25 0.25	
ب. تبيان أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(i\sqrt{2}\right)=i-1=z_B-z_E$	0.25	
- الاستنتاج : $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه B صورة A بدوران مركزه E و زاويته $\frac{\pi}{4}$.	0.5	**0.75**
- طبيعة المثلث ABE : في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ \left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E. (تقبل أي طريقة صحيحة)	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3) - تعيين $z_{\overrightarrow{BD}}$ و $z_{\overrightarrow{AE}}$: $z_{\overrightarrow{BD}}=-2i$ و $z_{\overrightarrow{AE}}=-i\sqrt{2}$	2×0.25	
- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$. لدينا: $\frac{z_{\overrightarrow{AE}}}{z_{\overrightarrow{BD}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in\mathbb{R}$ ومنه: $\begin{cases}(AE)//(BD)\\AE\neq BD\end{cases}$ ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.	0.25	**0.75**
أ. تبيان أنه $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ يكافئ $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$ $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ معناه $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$ لدينا: $z_1\overline{z_2}=-\overline{z_1}z_2$ معناه $\frac{z_1}{z_2}=-\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=-\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$، مع $z_2\neq 0$ أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف أي $\frac{z_1}{z_2}=\alpha i$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، أي $\left(\overrightarrow{w_2};\overrightarrow{w_1}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة) **ملاحظة : إذا كان $\overrightarrow{w_1}=\vec{0}$ أو $\overrightarrow{w_2}=\vec{0}$ فإن التكافؤ صحيح**	0.25	**0.5**
ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$. $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$ معناه $(z-z_A)\overline{(z-z_B)}+(z-z_B)\overline{(z-z_A)}=0$ أي: $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{BM}=0$ ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.	0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) البرهان أنه من أجل كل $x>1$ فإن $1-x-2x\ln x<0$: * من أجل $x>1$: $\begin{cases}1-x<0\\-2x\ln x<0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x<0$.	0.25	**0.5**
- البرهان أنه من أجل كل $0<x<1$ فإن $1-x-2x\ln x>0$: * من أجل $0<x<1$: $\begin{cases}1-x>0\\-2x\ln x>0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x>0$.	0.25	
2) أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=1=f_d'(0)$	0.25	**01**
كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$: $(\Delta):y=x$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x)-x=-x^2\ln x$ • (C_f) أعلى (Δ) في المجال $]0;1[$. • (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. • (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $N(1;1)$ و $O(0;0)$.	0.5	
3) أ. حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{1}{x}-\ln x\right)\right]=-\infty$	0.25	**1.50**
ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=1-x-2x\ln x$ • f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$. • f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$.	2×0.5	
• جدول التغيرات.	0.25	
4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ): $f'(x_0)=1$ ومنه: $x_0=\frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y=x+\frac{1}{2}e^{-1}$.	3×0.25	**03**
ب. البرهان أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1;+\infty[$: f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\times f(1)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in]1;+\infty[$.	0.5	
• التحقق أن $\alpha\in]1,76;1,77[$: $f(1,76)\times f(1,77)=(0,008)(-0,018)<0$ ومنه: $\alpha\in]1,76;1,77[$.	0.25	
جـ. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ (Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$: $(d): y=x-\alpha$	0.25	
• رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $[0;\alpha]$: 	3×0.25 0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5) المناقشة الوسيطية لعدد حلول المعادلة في المجال $[0;\alpha]$: $x^2\ln x+m=0$ تكافئ $f(x)=x+m$ و $x\neq 0$ • $m\in]-\infty;-\alpha[\cup\left]\frac{1}{2}e^{-1};+\infty\right[$ ، ليس للمعادلة حل. • $m\in[-\alpha;0]$ ، حل وحيد. • $m\in\left]0;\frac{1}{2}e^{-1}\right[$ ، حلان متمايزان. • $m=\frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف.	0.25 0.25	**0.50**
6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة: $A(\lambda)=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda$	0.25	**0.50**
- حساب $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)$: $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda\right)=\frac{1}{9}$ - التفسير الهندسي: $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\frac{1}{9}(u.a)=1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط) **1)** إكمال الشجرة **2)** حساب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$ **3)** أ) قيم X هي 0، 1 و2 . ب)توزيع قانون الاحتمال الأمل الرياضياتي : $E(X)=\frac{124}{105}$	4×0.25 3×0.5 0.5 3×0.25 0.25	**4**
التمرين الثاني:(04 نقاط) **1)** أ) التحقق **ب)** استنتاج كتابة $u_n=(n-1)^2$	01 01	**02**
2) التحقق من أن: $u_n=n(n-2)+1$	01	**01**
3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2\in\{-3;-1;1;3\}$ وقيم n المطلوبة هي:1، 3، 5.	0.5	**0.5**
4) أ) لدينا: $u_n-n(n-2)=1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة. **ب)** بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$ قيم n المطلوبة هي:1، 5.	0.25 0.25	**0.5**
التمرين الثالث:(05 نقاط) **1)** أ) $\overline{P(z)}=P(\bar{z})$ تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن $\bar{z}$ هو حل كذلك	0.5 0.5	**01**
ب) $P(z)=(z^2+\alpha)(az^2+bz+c)$ أي $P(\alpha i)=0$ + التحليل) حلول المعادلة هي: $2i$ ، $3-4i$ ، $-2i$ ، $3+4i$	0.75 1	**1.75**
2) أ) حساب $z_I=1$ و $z_J=-3+8i$ **ب)** برهان التكافؤ تعيين (E) و إنشاؤها جـ) التحقق أن $D\in(\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها	0.5x2 0.25 0.25 2x0.25	**2**
3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G	0.25	**0.25**

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع:(07 نقاط) I) **1)** المنحنيات (C_k) تمر من النقطتين $(0;-1)$ و $(0;1)$ (تقبل كل الطرائق السليمة)	2x0.5	**01**
2) $k<0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$ $k=0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$ $k>0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=0$	0.5 0.5 0.5	**01.50**
3) أ) حساب $f_k'(x)$ $f_k'(x)=(x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$ الحالة1: $k=0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k\neq 0$ الحالة2: $k>0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير الحالة3: $k<0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	**1.50**
ب) جدول التغيرات لما $k>0$	0.25	**0.25**
4) حساب $f_{k+1}(x)-f_k(x)$ (وضعية المنحنيين) إشارة $f_{k+1}(x)-f_k(x)$:	0.25	**0.25**

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f_{k+1}(x)-f_k(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

تحديد الوضعية

II) **1)** جدول تغيرات الدالة f ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي (0.25+0.25+0.5) رسم المنحنى (C_f)	01 0.5	**1.50**
2) أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α **ب)** $f(x)=f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m\in\left[-\frac{3}{2};\alpha\right[$	0.25 0.25	**0.50**

0.5	0.25 0.25	**3)** أ) التحقق $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ استنتاج الدالة الأصلية: $x\mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$ **ب)** $A=\int_{-1}^{0} f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A=\left(\frac{e^2-5}{4}\right)u.a$