الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة: تقني رياضي

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الشكل الأسي للعدد المركب الدوران	**الموضوع الأول** **التمرين الأول: (04 نقاط)** 1/ حلول المعادلة (E) : $z_1=\sqrt{3}-i$ ، $z_2=\sqrt{3}+i$ $z_1=2\left[\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})\right]$ و $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ 2) أ) $L=e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ب) إثبات أن $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$ ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة $\sqrt{3}+i$ وقيس زاويته $\frac{4\pi}{3}$ ج) المثلث ABC مثلث متقايس الساقين $AB=BC$ مساحته s حيث $s=\frac{1}{2}AC\times BH=\sqrt{3}ua$ حيث H منتصف $[AC]$	0,25×2 0,5×2 0,5 0,25×3 0,5 0,75	04
دراسة الدالة اللوغارتمية الدوال الأصلية	**التمرين الثاني: (06 نقاط)** 1/ من $f(\frac{1}{2})=1$ نجد $a=1$ ثم من $f'(\frac{1}{2})=0$ نجد : $b=2$ 2/ أ) $\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$ ، $\lim_{x\to0}g(x)=-\infty$ $(d_1): y=0$ و $(d_2): x=0$ مستقيمان مقاربان لـ (C_f) ب) $g'(x)=\frac{-\ln 2x}{x^3}$ وإشارته 0 + $\frac{1}{2}$ - $+\infty$ g متزايدة تماما على $\left]0;\frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ جدول التغيرات: x: 0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$ $g'(x)$: +	0	- $g(x)$: $-\infty$ ↗ 1 ↘ 0 ج) $g(x)=0$ تكافئ $x=\frac{\sqrt{e}}{2e}$ د) إنشاء (C_g) 3/ أ) $h'(x)=-\frac{\ln 2x}{2x^2}$ ب)التحقق $g(x)=\frac{1}{4x^2}+\frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم $G(x)=-\frac{3+2\ln 2x}{4x}$	0,5×2 0,25+0.5 0.25×2 0,5+0.25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,75+0.25	06

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
اتجاه تغير متتالية البرهان بالتراجع نهاية متتالية	**التمرين الثالث: (05 نقاط)** 1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، $u_n > 1$ 2/ $u_n = f(n)$ حيث: $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ ، $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من أجل $x > 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$ (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة ، $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = 1$ 3/ البرهان بالتراجع أن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ من أجل : $n = 1$ ، $p_1 = u_1 = \frac{4}{3}$ نفرض $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا : $p_{n+1} = p_n \times u_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ 4/ $s_n = \ln p_n$ ، $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n = \ln 2$	0.5×2 1 0.5×2 0.25 0.75 0.5×2	05
التعداد الموافقة القواسم هندسة فضائية	**التمرين الرابع: (05 نقاط)** 1/ صحيح لأن: $PGCD(21;14) = 7$ و 7 لا يقسم 40 2/ خطأ لأن: $\overline{3421} + \overline{1562} = \overline{5313}$ 3/خطأ لأن: $1+3+3^2+...+3^{2011} = \frac{3^{2012}-1}{2}$ و $3^{6k+a} \equiv 3^a [7]$ حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $2012 = 6 \times 335 + 2$ ومنه $\frac{3^{6k+2}-1}{2} \equiv 4[7]$ 4/ أ) صحيح لأن: $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) و $\vec{u}$ شعاع توجيه (d) متعامدان وعليه $(P) // (d)$ و $A \notin (P)$ و $A \in (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \varnothing$ ب) خطأ لأن: معادلة (Q) هي : $2x + y - z = 0$ **ملاحظة**: في كل سؤال تمنح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	1 1 0.5×3 1 0.5	05

157

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	الموضوع الثاني		
تطبيقات الجداء السلمي التمثيل الوسيطي لمستقيم الحجوم	**التمرين الأول: (04.5 نقطة)** 1/ $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ غير متوازيين فالنقاط A، B، D تعين مستويا 2/ بما أن $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{BD}=0$ و $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AD}=0$ فإن: (CD) يعامد (ABD) 3/ أ) (CD) عمودي على (AB) و (CI) عمودي على (AB) ومنه (AB) يعامد (CDI) ب) $\overrightarrow{AB}(1;-2;-1)$ ناظم للمستوي (CDI) و C نقطة منه فإن المعادلة الديكارتية هي: $x-2y-z+10=0$ ، التمثيل الوسيطي لـ (AB) $\begin{cases}x=2+\lambda\\y=-2\lambda\\z=1-\lambda\end{cases}$ $\lambda\in\mathbb{R}$ جـ) $I\left(\frac{1}{6};\frac{11}{3};\frac{17}{6}\right)$ 4/ $DI=\frac{\sqrt{354}}{6}$ ، $CD=\sqrt{59}$ ، $AB=\sqrt{6}$	0,25×3 1 0.5 0,5×2 0,5 0.25×3	4.5
الشكل المثلثي ، موافر ، التشابه	**التمرين الثاني: (04 نقاط)** 1/ أ) $L=-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}=e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ب) لدينا $L^{12}=-1$ ومنه $L^{12}+1=0$ و $\left(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)^{12}+(5+3i)^{12}=0$ جـ) $L^{4n}+L^{4p}=(-1)^n+(-1)^p=0$ 2/ أ) $z_{A'}=-1-9i$ ب) $z_G=3-3i$	0.5×2 0.5×2 0.75 0.75 0.5	04
	التمرين الثالث: (07.5 نقطة) 1- أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-1$; $\lim_{x\to+\infty}f(x)=3$. - المشتق و إشارته : $f'(x)=\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}>0$ - جدول التغيرات: 2) - المستقيمان المقاربان معادلتاهما : $y=-1$ ، $y=3$	0.25×2 0.25×2 0.25 0.25×2	7.5

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدوال العددية والمتتاليات	3) $f''(x)=\frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$ ، إشارته : + 0 -	0.5	
	نقطة الانعطاف $\omega(0,1)$	0.25	
	معادلة المماس: $y=x+1$	0.25	
	4) أ- تغيرات g : $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$; $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$	0.25×2	
	المشتق : $g'(x)=-\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وهو سالب	0.25	
	جدول التغيرات x: $-\infty$; 0 ; $+\infty$ $g'(x)$: - 0 - $g(x)$: $+\infty$ ↘ 0 ↘ $-\infty$	0.25	
	ب- g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,7;2,8]$ ، $g(2,7)=0,048$	0.25	
	$g(2,8)=-0,029$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $g(\alpha)=0$ و $2,7<\alpha<2,8$	0.25×2	
	5) أ- $f(x)=0$ تكافئ $x=-\ln 3$	0.25	
	ب- رسم C_f و المنصف الأول والمماس.	0.75	
	ب) 1- تمثيل : U_0 ، U_1 ، U_2	0.5	
	2- إثبات أن : $1\leqslant U_n<\alpha$ $1\leqslant U_0<\alpha$ لأن $U_0=1$ و $2,7<\alpha<2,8$ نفرض $1\leqslant U_n<\alpha$ و f متزايد تماما ومنه $f(1)\leq f(U_n)<f(a)$ ومنه $1\leqslant U_{n+1}<\alpha$ $(f(1)>1)$ ومنه $1\leqslant U_n<\alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n	0.75	
	3- المتتالية (U_n) متزايدة تماما : $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n=g(u_n)>0$ لأن $1\leqslant U_n<\alpha$	0.25	
	4- (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n\to+\infty}U_n=\alpha$	0.25×2	
الموافقات في $\mathbb{Z}$	**التمرين الرابع: (04 نقاط)**		04
	1) $4\equiv -3[7]$	0.25	
	$A_3\equiv 2^3+3^3+(-3)^3+(-2)^3+(-1)^3[7]$ أي $A_3\equiv -1[7]$ ومنه $A_3\equiv 6[7]$	0.5	
	2) $2^{3k}\equiv 1[7]$ ، $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ ، $2^{3k+2}\equiv 4[7]$	0.75	
	$3^{6k}\equiv 1[7]$ ، $3^{6k+1}\equiv 3[7]$ ، $3^{6k+2}\equiv 2[7]$ ، $3^{6k+3}\equiv 6[7]$ ، $3^{6k+4}\equiv 4[7]$ ، $3^{6k+5}\equiv 5[7]$	0.75	
	3) $A_n\equiv 2^n+3^n+(-3)^n+(-2)^n+(-1)^n[7]$ ، إذا كان n فرديا فإن : $A_n\equiv -1[7]$	0.75	
	ومنه A_n+1 يقبل القسمة على 7 ، $A_{2011}\equiv 6[7]$ الباقي هو 6	0.25	
	4) $A_{1432}\equiv 2\times 2^{3\times 477+1}+2\times 3^{6\times 238+4}+1[7]$ ومنه $A_{1432}\equiv 6[7]$	0.75	