الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 2021

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـِ: $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$

1) أ . احسب الحدود u_0 ، u_1 و u_2

ب. تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

جـ. استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 1$

أ . احسب v_0 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسيّة أساسها $\frac{1}{4}$

3) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ وَ $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ . احسب بدلالة n عبارة S_n

ب. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الدّالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني (C)

(T) المماس للمنحنى (C) في النّقطة $A(1;0)$ (الشّكل المقابل)

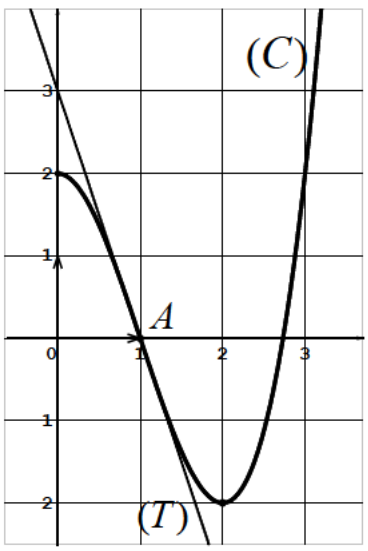
أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

1) العددان $g(2)$ و $g(3)$ مختلفان في الإشارة.

2) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;2[$: $g'(x) > 0$

3) معامل توجيه المماس (T) يساوي: -3

4) كلّ دالة أصلية G للدّالة g على $]0;+\infty[$ متزايدة تماما على $]0;2[$



التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-2x+1}{1+x+x^2}\right)$ هي:

أ) 0 **ب)** -2 **جـ)** 1

2) عبارة الحدّ العام للمتتالية الحسابية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل 2 و أساسها $\frac{1}{2}$ هي:

أ) $2(\frac{1}{2})^n$ **ب)** $2+\frac{1}{2}n$ **جـ)** $2+(\frac{1}{2})^n$

3) الدّالة العددية h معرّفة على $]0;+\infty[$ بِـ: $h(x)=2x-1+\dfrac{3}{x}$ ، تمثيلها البياني (C) في مستو منسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته هي:

أ) $y=2x-1$ **ب)** $y=2x$ **جـ)** $y=2x+1$

4) الدّالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بِـ: $g(x)=2x+1-\dfrac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية G على $]0;+\infty[$ التي تنعدم من أجل القيمة 1 معرّفة بِـ:

أ) $G(x)=x^2+x-\dfrac{1}{x}$ **ب)** $G(x)=x^2+x-1-\dfrac{1}{x}$ **جـ)** $G(x)=x^2+x+\dfrac{1}{x}-3$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$

1) أ . بيّن أنّ f دالة زوجية.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النّتيجتين هندسيا.

جـ. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{10x}{(x^2+1)^2}$.

ب. استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ . اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النّقطة التي فاصلتها 2

ب. جِدْ إحداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

4) ارسم (Δ) ، (T) و (C)

5) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $g(x)=\dfrac{|x^2-4|}{x^2+1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ: من أجل كلّ x من $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$

و من أجل كلّ x من $[-2;2]$: $g(x)=-f(x)$

ب. شكّل جدول تغيّرات الدالة g

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل u_0 حيث: $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

جـ. استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

أ . احسب v_0 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$

3) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ . احسب بدلالة n عبارة S_n

ب. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S'_n = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$ بجدول تغيّراتها المقابل.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

1) $y = -1$ هي معادلة للمستقيم المقارب للمنحنى (C) عند $+\infty$

2) معامل توجيه المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1 يساوي 0

3) النقطة $B(3\,;1)$ تنتمي إلى (C)

4) $f(1442) < f(2021)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) الدّالة العددية f المعرّفة على $]-2\,;+\infty[$ بِـ: $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ ، دالتها المشتقة f' معرّفة بِـ:

أ) $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ **ب)** $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$ **جـ)** $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

2) الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]2;+\infty[$ بِـ: $g(x)=1+\frac{3}{x-2}$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

معادلة المماس لِـ (C_g) في النّقطة ذات الفاصلة 3 هي:

أ) $y=3x-5$ **ب)** $y=-3x+13$ **جـ)** $y=-3x+5$

3) a عدد حقيقي، الأعداد a ، $a+2$ ، $a+6$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

أ) $a=2$ **ب)** $a=-2$ **جـ)** $a=4$

4) المتتالية الحسابية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2n+1$ ، نضع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

من أجل كلّ عدد طبيعي n المجموع S_n يساوي:

أ) n^2 **ب)** $(n+1)^2$ **جـ)** $\frac{n(n+1)}{2}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=\frac{x^2-x+4}{x^2+x+2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (**الوحدة** $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النّتيجتين هندسيا.

2) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ نضع: $g(x)=f(x)-1$

أ . ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

ب. استنتج وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

3) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{2(x+1)(x-3)}{\left(x^2+x+2\right)^2}$

ب. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ من $]-1;3]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;3]$

جـ. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

4) أ . اكتب معادلة لِـ (T) مماس المنحنى (C) في النّقطة التي فاصلتها 1

ب. تَحقَّق أنّ (T) يقطع (C) في النّقطة $A(-2;\frac{5}{2})$

5) ارسم (Δ) ، (T) و (C)

6) h الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $h(x)=\frac{x^2-|x|+4}{x^2+|x|+2}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

ب. تَحقَّق أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $h(x)=f(x)$

جـ. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) و ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني