<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">الموضوع الأول</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.5</td><td>$a \equiv 6[7]$
$b \equiv 5[7]$</td><td>(1</td></tr>
<tr><td>01.5</td><td>0.75

0.75</td><td>بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 :
$5^6 \equiv 1[7]$, $5^5 \equiv 3[7]$, $5^4 \equiv 2[7]$, $5^3 \equiv 6[7]$, $5^2 \equiv 4[7]$, $5^1 \equiv 5[7]$, $5^0 \equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>n</td><td>6k</td><td>6k+1</td><td>6k+2</td><td>6k+3</td><td>6k+4</td><td>6k+5</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 5^n على 7</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>(2</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5x2</td><td>$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6\times 20+4} + 4[7]$
$a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$</td><td>(3</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.25

0.25</td><td>تبيان أن :
$A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n [7]$
تمنح 0.25 لكل محاولة
قيم n هي $6k+2$ أو $6k+3$ حيث k عدد طبيعي</td><td>(4</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5

0.5</td><td>صحيحة لأن
<table>
<tr><td>بواقي قسمة n على 3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة n^2-1 على 3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة $n(n^2-1)$ على 3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>(1</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.5</td><td>صحيحة لأن:بفرض أن $F(x) = x^2 + 2x + x\ln x$ نجد $F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$</td><td>(2</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.5</td><td>خاطئة لأن : $f'(x) = 1 + (x-1)e^x$
$f'(x_0) = 1$ معناه $x_0 = 1$
$y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1</td><td>(3</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5

0.5</td><td>صحيحة لأن :
$S_n = (1+2+\cdots+n) + \ln\frac{1\times 2\times\cdots\times n}{2\times 3\times\cdots\times(n+1)}$
$S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$</td><td>(4</td></tr>
</table>

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1 $u_2 = 0$ و $u_3 = -\frac{1}{3}$ — **0.5** **0.5** — **01**

(2

أ- $v_{n+1} = (n+1)\left(\frac{n}{2n+2}\frac{v_n - 2}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + 2 = \frac{1}{2}v_n$ — **0.75**

ومنه (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$ — **0.5**

ب- $v_n = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ — **0.5**

$u_n = \frac{2}{n}\left[2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1\right]$ — **0.50**

— **2.25**

(3 $S_n = 8\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$ — **0.75** — **0.75**

(4

$w_n = \frac{4n}{v_n - nu_n} = 2n$ — **0.50**

$S'_n = w_1 + w_2 + \cdots + w_n$ ومنه $S'_n = 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n+1)$ — **0.50**

— **01**

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(1

أ- إشارة كل من $\frac{x-1}{x}$ و $\ln x$ — **0.50**

x	0		1		$+\infty$
$\frac{x-1}{x}$	‖	−	0	+	
Lnx	‖	−	0	+	

— **0.25**

ب- اشارة $\frac{x-1}{x} + \ln x$ — **0.25**

x	0		1		$+\infty$
$\frac{x-1}{x} + Lnx$	‖	−	0	+	

— **01**

(2

أ- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ — **0.25** **0.25**

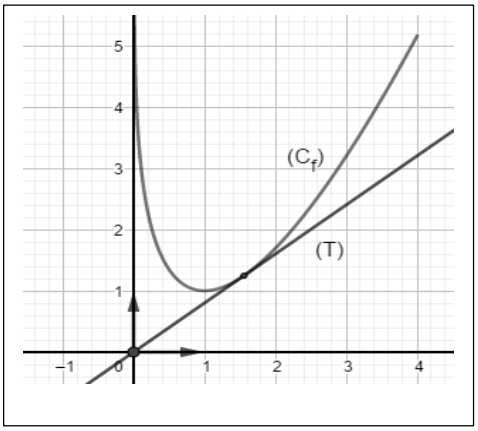
ب- $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$ — **0.25**

الدالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ — **0.25**

جدول التغيرات: — **0.25**

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

— **1.25**

1.75	0.25 0.25	أ- $h'(x)=1+\frac{1}{x}$ **من اجل كل** $x\in]0;+\infty[$ ، $h'(x)>0$ **ومنه** h **متزايدة تماما على** $]0;+\infty[$	(3
	0.5 0.25	**ب-** مبرهنة القيم المتوسطة $h(\alpha)=0$ معناه $\ln(\alpha)=2-\alpha$	
	0.5	**جـ-** $y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)=\left(\ln\alpha+\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)(x-\alpha)+1+(\alpha-1)\ln\alpha$ $(T):\ y=\frac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}x$	
0.75	0.25 0.5	انشاء (T) و (C_f) 	(4
01	0.25	أ- $(x-1)(-1+\ln x)=-x+x\ln x+1-\ln x=(x-1)\ln x+1-x=f(x)-x$	(5
	0.75	**ب-** إشارة $f(x)-x$ x: 0	1	e	$+\infty$ $x-1$: $-$	0	$+$	$+$ $-1+Lnx$: $-$	$-$	0	$+$ $(x-1)(-1+Lnx)$: $+$	0	$-$	0	$+$	
0.75	0.25	أ-تبيان أن : $K'(x)=-\frac{3}{2}x+2+(x-1)\ln x+\frac{1}{2}x-1=f(x)-x$	(6
	0.5	ب- المساحة : $S=\int_1^e(x-f(x))dx=[-k(x)]_1^e=\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{4}e^2-e\right)\ u.a$	
0.50	0.25	- تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x+2)-1$	(7
	0.25	- (C_g) صورة (C_f) بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$	

الموضوع الثاني			
	التمرين الأول: (04 نقاط)		
1)	القيم الممكنة d و d' :		
	$\begin{cases} d \setminus a \\ d \setminus b \end{cases}$ ومنه $d \setminus (5b-a)$ اي $d \setminus 3$ ومنه $d \in \{1;3\}$	**0.75**	**1.75**
	$\begin{cases} d' \setminus b \\ d' \setminus c \end{cases}$ ومنه $d' \setminus (9b-c)$ اي $d' \setminus 7$ ومنه $d' \in \{1;7\}$	**0.75**	
	الاستنتاج: $p\gcd(a;b;c)=1$	**0.25**	
2)	تعيّين قيم العدد الطبيعي n		
	$\frac{5n+2}{n+1}=5-\frac{3}{n+1}$ معناه $(n+1) \setminus 3$ اي $n \in \{0;2\}$	**0.50**	**0.50**
3)	إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $17x \equiv 29[4]$ اي $x \equiv 1[4]$	**0.50**	**01**
	$S=\{(4k+1;17k-3) \quad / \ k \in \mathbb{Z}\}$	**0.50**	
4)	$\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $(4k+1)(17k-3)<279$	**0.50**	**0.75**
	ومنه $k \in \{-2;-1;0;1\}$		
	اذن $S'=\{(-7;-37),(-3;-20),(1;-3),(5;14)\}$	**0.25**	
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1)	الاقتراح الصحيح هو ج)		
	لأن : $e^{(\ln x)^2-6}=x$ معناه $(\ln x-3)(\ln x+2)=0$ اي $x \in \{e^{-2}\ ; e^{3}\}$	**0.50** **0.50**	**01**
2)	الاقتراح الصحيح هو أ)		
	$2^3 \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3k+1} \equiv 2[7]$	**0.50**	**01**
	وبما ان $2023=3\times 674+1$ فإن $2^{2023} \equiv 2[7]$	**0.50**	
3)	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}}\,dx=\left[\ln(e^x+1)\right]_0^{\ln 4043}=\ln 2022$	**0.50** **0.50**	**01**
4)	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $F'(x)=\frac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}$	**0.50** **0.50**	**01**
	التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1)	البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>-2$	**+0.25** **0.75**	**01**

(2	اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{2}(u_n+2)$ بما أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_n>-2$ فإن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n<0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما التقارب: (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما	0.75 0.25	01
(3	أ- (v_n) هندسية أساسها 2: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+2}-u_{n+1}}=\frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1}-u_n)}=2v_n$ v_n بدلالة n: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_n=-2^n$	0.50 0.50	1.75
	ب- المجموع S_n : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $S_n=-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{-\frac{1}{2}}=2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]$	0.75	
(4	أ- تبيان أنّ $u_n=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$: $S_n=(u_1-u_0)+(u_2-u_1)+\cdots+(u_n-u_{n-1})+\frac{1}{v_n}$ $S_n=u_n-u_0+\frac{1}{v_n}$ $u_n=S_n-\frac{1}{v_n}=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}2\left[\frac{1}{2^n}-1\right]=-2$	0.5 0.25	1.25
	ب- حساب المجموع S'_n: $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n=4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]-2(n+1)$ $S'_n=2-2n-\frac{1}{2^{n-1}}$	0.50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)			
(I (1	إشارة $g(x)-e^{-x}$ x | $-\infty$ | α | $+\infty$ $g(x)-e^{(-x)}$ | $-$ | 0 | $+$	0.50	0.50
(2	التحقّق أنّ: $0,7<\alpha<0,8$ الدالة $x\mapsto g(x)-e^{-x}$ مستمرة على $\mathbb{R}$ و $\left(g(0.7)-e^{-0.7}\right)\left(g(0.8)-e^{-0.8}\right)<0$	0.50	0.50
(II (1	حساب النّهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$	0.25 0.25	0.75

	0.25	التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$	
1.25	**0.50**	أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x}$	**(2**
	0.50	**ب-** إستنتاج اتجاه تغير الدالة: الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ جدول تغيّراتها	
	0.25		
1.25	**0.50**	أ- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-e^{-x}\right]=0$	**(3**
	0.25	التفسّير : (Γ) و (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$	
	0.50	**ب-** الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) $(C_f)\cap(\Gamma)=\{A(-1;e)\}$	
02	**0.50**	أ- معادلة لـ (T) : $y=-2x$	**(4**
	0.25X3	**ب-** أنشئ (T) و (Γ) و (C_f)	
	0.25	**جـ-** المناقشة البيانية : اذا كان $m<f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا	
	0.25	اذا كان $m=f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما	
		اذا كان $m=0$ فإن للمعادلة حلا معدوما	
	0.25	اذا كان $m>0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما	

		اذا كان $f(\alpha) < m < 0$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماما	
(5	0.25	أ- حصرا العدد I $\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx \le \int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)dx \le \int_{-1}^{0}\left(\frac{5}{4(1-x)}\right)dx$ $\frac{3}{4} \le I \le \frac{5}{4}\ln 2$	0.75
	0.25	ب-حساب J $J = \int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\left[\ln(x^2+1)\right]_{-1}^{0} = \frac{-\ln 2}{2}$	
	0.25	حصر المساحة $A = \int_{-1}^{0}\frac{x+1}{x^2+1}dx = I + J$ $u.a$ ومنه $\frac{3}{4}-\frac{\ln 2}{2} \le I+J \le \frac{5}{4}-\frac{\ln 2}{2}$ اي $\frac{3-2\ln 2}{4} \le A \le \frac{3}{4}\ln 2$	