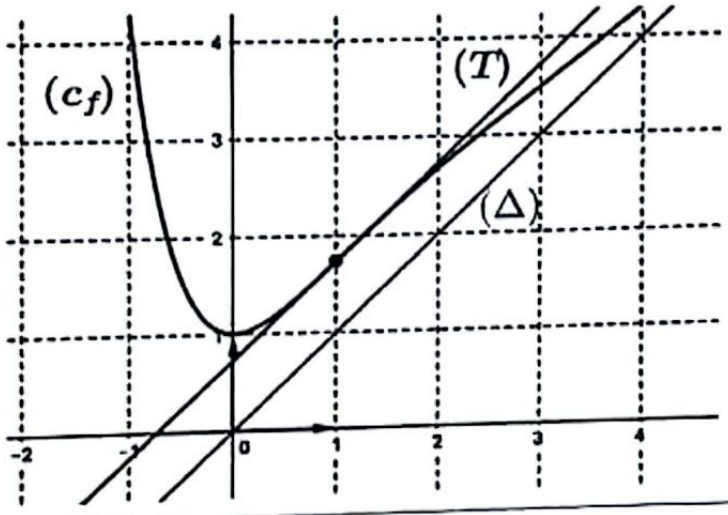
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)		العلامة	
		مجزأة	العلامة
التمرين الأول (04 نقاط)			
I) 1)	أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3=120$ $P(A)=\frac{C_2^1\times C_3^1\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$ ، $P(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{60}$ $P(C)=\frac{C_4^3+C_5^1\times C_4^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{5}$	0,5 0,25×3	2,25
	ب) $P(A\cap B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{20}$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{19}{60}$	0,5 0,5	
2)	$X(\Omega)=\{1;2;3\}$ $E(X)=\frac{259}{120}$	0,25 0,25×3 0,25	1,25
II)	احتمال ألاّ يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{3A_5^2\times A_8^1}{A_{10}^3}=\frac{1}{15}$	0,5	0,5
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1)	أ) $u_1=2e$ ، $u_2=2\sqrt{2e}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.	0,25×3	2
	ب) البرهان بالتراجع.	0,75	
	جـ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n}\left(2-\sqrt{u_n}\right)$ ، (u_n) متناقصة تماما.	0,5	
2)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ $v_0=2-\ln 4$ ، $v_n=\frac{2-\ln 4}{2^n}=\frac{1-\ln 2}{2^{n-1}}$	0,5 0,25×2	1,5
	ب) $u_n=4e^{v_n}=4e^{\frac{1-\ln 2}{2^{n-1}}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$	0,25×2	
3)	أ) $S_n=4(1-\ln 2)\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$	0,25	0,5
	ب) $P_n=4^{n+1}\times e^{S_n}$	0,25	
التمرين الثالث (05 نقاط)			
1)	أ) $7x\equiv 9\,[5]$ تكافئ $x=5k+2$; $k\in\mathbb{Z}$	0,75	2,25

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$

	0,5	$(x;y)=(5k+2;7k+1)\ ;\ k\in\mathbb{Z}$	
	0,25 0,75	ب) $d\in\{1;3;9\}$ من أجل $d=9$ نجد: $(x;y)=(45k+27;63k+36)\ ;\ k\in\mathbb{Z}$	
1,75	1	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي k : $3^{6k}\equiv 1[7]$ ، $3^{6k+1}\equiv 3[7]$ ، $3^{6k+2}\equiv 2[7]$ $3^{6k+3}\equiv 6[7]$ ، $3^{6k+4}\equiv 4[7]$ ، $3^{6k+5}\equiv 5[7]$	2)
	0,75	ب) $1446^{2025}+5n+2\equiv 0[7]$ تكافئ $n=7k+5\ ;\ k\in\mathbb{N}$	
1	0,5 0,5	$3^{y-x}\equiv 5[7]$ تكافئ $k=3\alpha+3\ ;\alpha\in\mathbb{N}$ ومنه: $(x;y)=(15\alpha+17;21\alpha+22)\ ;\ \alpha\in\mathbb{N}$	3)
		التمرين الرابع (07 نقاط)	
1,5	0,25×2	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ ، تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$	I) 1)
	0,5	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=(x-1)(x-3)e^{-x}$	
	0,25 0,25	ج) الدالة g متناقصة تماما على $[1;3]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ جدول التغيرات:	
0,5	0,25×2	$g(0)=0$ إشارة $g(x)$:	2)
0,75	0,25×2	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	II) 1)
	0,25	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$ أي: (Δ) ذو المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$	
1	0,5	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$	2)
	0,25	ب) الدالة f متناقصة تماما على $[0;-\infty[$ ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$	

	0,25	جدول التغيرات:	
1,25	0,5+0,25	أ) $f'(x)=1$ تكافئ $x=1$ ، $(T): y=x+\frac{2}{e}$	3)
	0,5	ب) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$، $f''(x)=g'(x)$ ومنه: للمنحني (C_f) نقطتا انعطاف هما: $A\left(1;1+\frac{2}{e}\right)$ ، $B\left(3;3+\frac{10}{e^3}\right)$	
1,25	0,25 0,25×2 0,5	$f(-1)=-1+2e$ رسم (Δ) ، (T) رسم (C_f)	4)
0,75	0,25 0,25	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $h'(x)=\left(x^2-(a+2)x+a-b\right)e^{-x}$ أ) $(a;b)=(-2;-3)$	5)
	0,25	ب) $\mathcal{A}=4\int_0^1 k(x)\,dx=4\left(h(1)-h(0)\right)=\left(12-\frac{24}{e}\right)cm^2$	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1	↗ $+\infty$

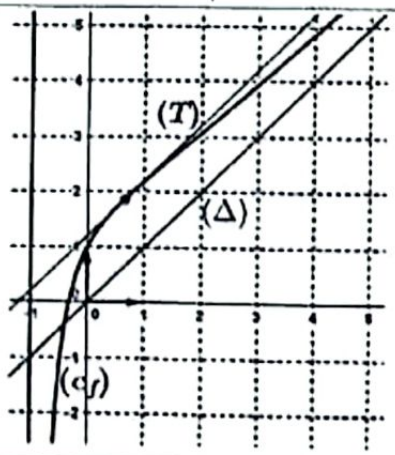


ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
		مجزأة	العلامة
التمرين الأول (04 نقاط)			
I) 1)	أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{12}^4 = 495$	0,5	2
	$P(A) = \frac{C_3^3 \times C_9^1 + C_4^3 \times C_8^1 + C_5^3 \times C_7^1}{C_{12}^4} = \frac{37}{165}$ ، $P(B) = \frac{C_8^4}{C_{12}^4} = \frac{14}{99}$	0,25×3	
	$P(C) = 1 - P(B) = \frac{85}{99}$		
	ب) $P(A \cap B) = \frac{C_3^3 \times C_5^1 + C_5^3 \times C_3^1}{C_{12}^4} = \frac{7}{99}$	0,5	
	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{146}{495}$	0,25	
2)	$x_i \in \{0;1;2;3\}$	0,25	1,5
	$E(X) = 1$	0,25×4	
		0,25	
II)	احتمال ألاّ يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{4A_3^3 \times A_9^1}{A_{12}^4} = \frac{1}{55}$	0,5	0,5
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3+u_n}$	0,25	1,75
	ب) البرهان بالتّراجع.	0,5+0,25	
	جـ) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 2u_n + 3}{3+u_n} = \frac{(3-u_n)(1+u_n)}{3+u_n}$	0,5	
	(u_n) متزايدة تماما.	0,25	
2)	أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ ، $v_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$	0,25+0,5	1,5
	ب) $u_n = \frac{3-3\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ أو $u_n = -1 + \frac{6}{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ ، $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3$	0,25+0,5	
3)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1+u_n} = 1 - v_n$	0,25	0,75
	ب) $S_n = n + 1 + \frac{9}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = n + \frac{11}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$	0,5	

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$

التمرين الثالث(05 نقاط)			
1)	$a=1446$ ، $b=1687$	0,5×2	1
2)	أ) $PGCD(1446;1687)=241$	0,5	2,25
	(E) تكافئ $6x-7y=1$ ومنه: $\begin{cases}x=7k+6\\y=6k+5\end{cases}$; $k\in\mathbb{Z}$	1	
	ب) لدينا: $PPCM(x_0\,;\,y_0)=340$ ومنه: $(7k+6)(6k+5)=340$ أي: $42k^2+71k-310=0$ ومنه: $k=2$ ، $(x_0\,;\,y_0)=(20\,;17)$	0,75	
3)	لدينا: $\begin{cases}\alpha\equiv 5[6]\\ \alpha\equiv 6[7]\end{cases}$ أي: $\begin{cases}\alpha=6\beta+5\\ \alpha=7\gamma+6\end{cases}$ أي: $6\beta-7\gamma=1$ ومنه: $\begin{cases}\beta=7k+6\\ \gamma=6k+5\end{cases}$; $k\in\mathbb{Z}$ وعليه: $\alpha=42k+41$ مع $k\in\mathbb{Z}$	0,75	0,75
4)	$A=(n+1)(7n+6)$ و $B=(n+1)(6n+5)$ ومنه: $PGCD(A;B)=(n+1)\times PGCD(7n+6\,;6n+5)=n+1$	0,5 0,5	1
التمرين الرابع (07 نقاط)			
I) 1)	أ) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x(x+2)}{x+1}$	0,25	1
	إشارة $g'(x)$ الدالة g متناقصة تماما على $]-1\,;0]$ ومتزايدة تماما على كل من $[0\,;+\infty[$ جدول التغيرات:	0,25 0,25 0,25	
2)	من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$	0,25	0,25
II) 1)	أ) $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0,25×2	1,5
	ب) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$	0,5	
	ج) الدالة f متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ جدول التغيرات:	0,25 0,25	
2)	أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$ أي: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	0,5	1,25
	ب) $f'(x)=1$ تكافئ $x=\sqrt{e}-1$ ، $(T):y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e}}$	0,5+0,25	

3)	أ) من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$	0,25	0,75
	ب) f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $e-1$ و $B\left(e-1;e-1+\frac{3}{e}\right)$ نقطة انعطاف	0,25×2	
4)	أ) $f(0)=1$	0,25	1,75
	رسم (Δ) ، (T)	0,25×2	
	رسم (C_f) 	0,5	
	ب) $1+2\ln(x+1)=m(x+1)$ تكافئ $f(x)=x+m$	0,5	
	$m\le 0$ أو $m=\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حل واحد ، $0<m<\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حلان مختلفان ، $m>\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: لا يوجد حلول.		
5)	$\mathcal{A}=\int_0^{e-1}\dfrac{1+2\ln(x+1)}{x+1}dx=\int_0^{e-1}\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2\ln(x+1)}{x+1}\right)dx=2\,u.a$	0,5	0,5

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.