عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

الموضـــــــــــــــــوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان

$$(\Delta'):\begin{cases}x=-t'+1\\y=2t'-3\\z=t'-4\end{cases}\quad /\ t'\in\mathbb{R}$$

معناه $\begin{cases}t=1\\t'=2\end{cases}$ $\begin{cases}t-2=-t'+1\\-t+2=2t'-3\\2t-4=t'-4\end{cases}$ $(\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$

2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases}x=\alpha-\beta-1\\y=-\alpha+2\beta+1\\z=2\alpha+\beta-2\end{cases}\quad \alpha;\beta\in\mathbb{R}$

استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$

3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2.

طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$

تكافئ $IM=2$

طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$

4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .

$d\left(I;(P)\right)=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ) $p\gcd(20;104)=4$

بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول

ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$

(E) تكافئ $26x-5y=68$

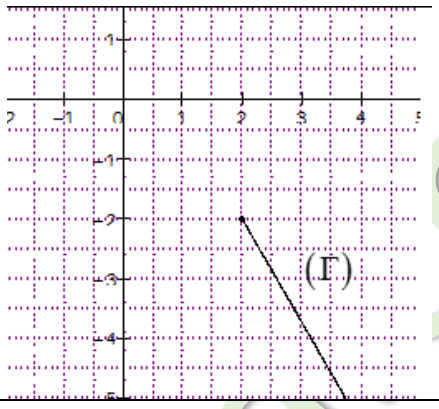
ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$

مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2)\quad /\ k\in\mathbb{Z}\}$

2) تعيين α و β

$\overline{1\alpha\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases}104\alpha-20\beta=272\\0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3\end{cases}$

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
$\begin{cases}\alpha=5k+3\\ \beta=26k+2 \quad / k\in\mathbb{N}\\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3\end{cases}$ معناه	0.50	
$\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$ معناه	0.25	
كتابة λ في النظام العشري: $\lambda=2017$		
3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي	2×0.25	1.25
تعيّين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$		
$\begin{cases}a'b'=\dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd \text{ تكافئ } 2m-d=2017\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$	0.25	
ومنه : $(a;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$	2×0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) حل المعادلة :		01
$\Delta=-24=(2i\sqrt{6})^2$	0.25	
$S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$	3×0.25	
2) أ) $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	3×0.25	3.25
بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$	0.25	
فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.	0.25	
ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف	0.25	
معناه $\dfrac{7\pi n}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6 \quad / h\in\mathbb{N}$	0.50	
ج) التحقق أن C نقطة من (Γ)	0.25	
من اجل $z\neq z_C$: $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C)=\pi+\arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$	0.50	
تكافئ $\left(\vec{u};\overrightarrow{CM}\right)=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
و منه (Γ)مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$. انشاء (Γ).  	0.25	
3) تعيّين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$ صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.	0.50 0.25	0.75
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ $y=0$معادلة المقارب للمنحني (C_f).	0.25 0.25 0.25	2.25
ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$ إشارة $f'(x)$ اتجاه تغيّر الدالة f f متزايدة تماما على $[0;1]$و $[4;+\infty[$ f متناقصة تماما على $[1;4]$و $]-\infty;0]$ جدول التغيّرات	0.50 0.25 0.25 0.50	
2) معادلة المماس (T) $y=-4e^{-1}(x-2)$	0.50	0.50

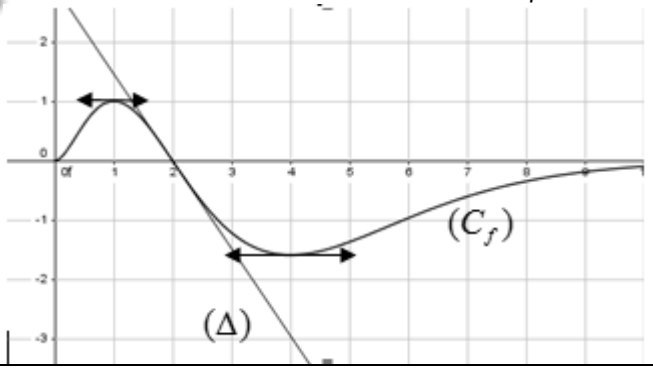
عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
3) دراسة اتجاه تغير الدالة h		
$h'(x)=x(2-x)e^{-x+2}$	0.25	
h متزايدة تماما على $[0;2]$	0.25	
h متناقصة تماما $[2;+\infty[$		
استنتاج إشارة $h(x)$:		1.50

x	0		2		$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0		$-$	
$h(x)$			0		

من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\le 0$	0.25	
تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)		
إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$		

x	0		2		$+\infty$
$(2-x)h(x)$	0	$-$	0	$+$	

(C_f) فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$	0.25	
(C_f) تحت (T) على المجال $]0;2[$	0.25	
4) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.	0.25	01



5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).		
اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد	0.75	0.75
إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول		
إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين		
6) جدول تغيّرات الدالة g .		
الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب	0.25	

© edirassa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

01

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين) $(g'(x)=\dfrac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}})$

0.25 النهايات : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=0$

0.25 إشارة $g'(x)$

x	0		$\frac{1}{4}$		1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$

0.25 جدول تغيرات g

x	0		$\frac{1}{4}$		1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	0 ↘		$(-32)e^{(-3)}$	↗	1 ↘	0

© eddirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة	
الموضـــــــــــــوع الثاني	مجزأة	المجموع

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.	0.75	0.75
أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \dfrac{7^{n+1}-1}{6}$	0.25	1.25
ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$	0.50	
ب) استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.	0.50	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ / $k \in \mathbb{N}$	4×0.25	01
ب) تعيين قيم n $S'_n \equiv 0[5]$ معناه $n \in \{20h+12 \ ; 20h+13 \ ; 20h+10 \ ; 20h+19 \ / \ h \in \mathbb{N}\}$	4×0.25	01

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y - z + 2 = 0$	0.75	0.75
2) أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x\cos\alpha - 2y\sin\alpha - z - \dfrac{3}{4} = 0$ تكافئ		2.25
$(x-\cos\alpha)^2 + (y-\sin\alpha)^2 + (z-\dfrac{1}{2})^2 = 2$	0.50	
(E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha ; \sin\alpha ; \dfrac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0.50	
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .		
$d((p);\omega_\alpha) = \dfrac{\frac{3}{2} + \sin\alpha}{\sqrt{2}}$	0.50	
اذا كان $\alpha \in \left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة	0.25	
اذا كان $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α)	0.25	
اذا كان $\alpha \in \left]\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P) \cap (E_\alpha) = \{\ \}$	0.25	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) / $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \dfrac{1}{2} \\ z = -t + \dfrac{1}{2} \end{cases}$	0.50	01

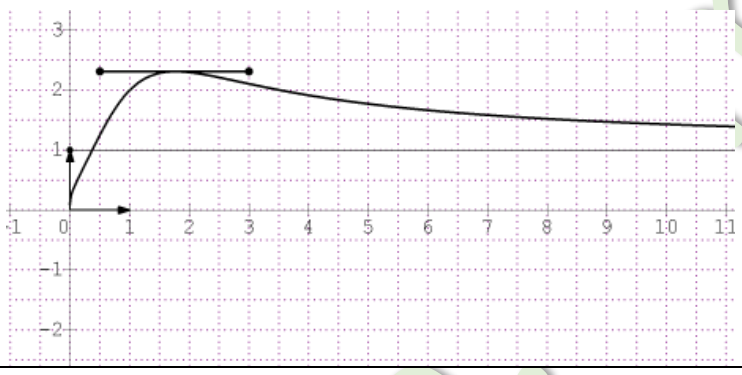
© edirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$	0.25	0.75
الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$	2×0.25	
1) $z_A=\frac{5}{2}+i$	0.50	0.75
$z_C=-\frac{5}{2}+i$	0.25	
2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0.50	01
المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين	0.50	
3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر : $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$	0.75	2.50
نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0.50	
ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\cdots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$	0.25	
T_n تحاك معناه $n=4k \quad /k\in\mathbb{N}$	0.50	
العناصره المميزة.		
مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي :		
اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$	2×0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g .		
$g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$	0.25	0.50
g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$	0.25	
2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$	0.50	

©edirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتج إشارة $g(x)$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline x & 0 \quad \alpha \quad +\infty \\ \hline g(x) & + \quad 0 \quad - \\ \hline \end{array}$	0.50	01
II) **1)** اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين	0.25	0.75
$\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$	0.25	
التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب	0.25	
2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.	0.50	0.50
3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$	0.25	01
التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$	0.25	
جدول تغيرات الدالة f . $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline x & 0 \quad \alpha \quad +\infty \\ \hline f'(x) & + \quad 0 \quad - \\ \hline f(x) & 0 \nearrow f(\alpha) \searrow 1 \\ \hline \end{array}$	0.50	
4) أ) $h'(x) = \dfrac{x-1}{x}$	0.25	2.25
من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x)>0$	0.25	
الوضع النسبي: $f(x)-1 = \dfrac{1+\ln x}{x-\ln x}$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline x & 0 \quad \frac{1}{e} \quad +\infty \\ \hline f(x)-1 & - \quad 0 \quad + \\ \hline \end{array}$	0.25	
(C_f) تحت (Δ) من اجل $x \in \left]0;\dfrac{1}{e}\right[$ ، (C_f) فوق (Δ) من اجل $x \in \left]\dfrac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f)\cap(\Delta) = \left\{A\left(\dfrac{1}{e};1\right)\right\}$	0.50	

© Eddirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
ب) الرسم 	01	
5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.	0.25	01
من جدول تغيرات الدالة f نجد (1)..... $f(x) \leq f(\alpha)$ ،		
إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$		
من اجل $x \geq 1$ ، (2)..... $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0$	0.25	
من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$		
- بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$; $x=e$	0.25	
- حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(e) \leq f(\alpha)(e-1)$	0.25	

© eddirasa.com