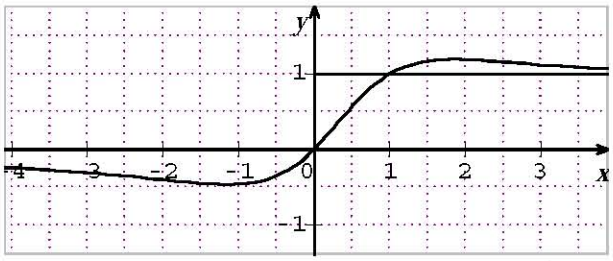
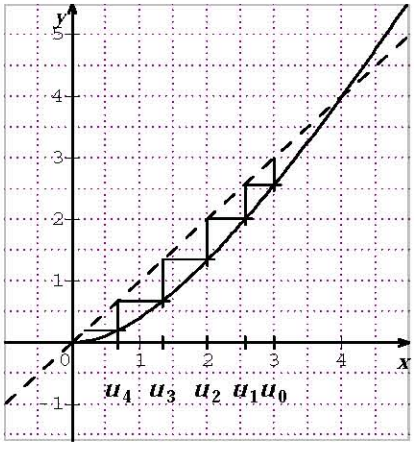
الإجابة النموذجية

عدد الصفحات 05

عناصر الإجابة (الموضـــوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(05 نقاط)		
1) صحيح لأنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.....	0.5+0.25	
2) خطأ لأنّ النقطة A لا تنتمي إلى (P).....	0,25×2	
3) صحيح لأنّ إحداثيات النقط A ،B و C تحقق المعادلة.....	0,5+0,25	
4) صحيح لأنّ إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC}=-\vec{U}$ و إحداثيات C تحقق الجملة ، حيث $\vec{U}(2;3;-4)$.....	0,75+0.25	05
5) خطأ لأنّ المسافة بين Dو (P) تساوي $\frac{2}{3}$.....	0,5+0,25	
6) صحيح لأنّ $E\in(P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي (P).....	0,5+0,25	
7) خطأ لأنّ D ليست منتصف القطعة $[AC]$.....	0.25 ×2	
التمرين الثاني:(05 نقاط)		
1) $\Delta=4i^2$ ، الحلول هي $z_1=1+2i$ ، $z_2=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3=1+\sqrt{3}-i$	0,25×4	
2) أ) $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_C\rvert=2$ و $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=2$ ومنه $AB=CD$ و $(BC)//(AD)$...	0,5×2	
ب) $\frac{z_B+z_D}{2}\neq\frac{z_A+z_C}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين	0,25×3	
3) أ) تبيان أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
$z_D-z_B=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A-z_B)$ ومنه D صورة A بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ...	0,5	05
ب) المثلث ADB قائم في B.....	0,25	
النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي قطرها $[AD]$ لأن: $\widehat{ABD}=\widehat{ACD}=\frac{\pi}{2}$		
نصف القطر $r=2$ والمركز $\Omega(1;0)$.....	0.5	
جـ) إنشاء $ABCD$: نعلّم A و D ؛ B هي نقطة تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=1$ و C هي تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=-1$ ؛ فاصلة كل من Bو C موجبة.....	0.25	
التمرين الثالث:(04 نقاط)		
1) أ) $PGCD(2013,1962)=3$	0,5	
ب) $PGCD(2013,1962)=3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولا	0,25	04
جـ) (E) تكافئ $671x=6(109y+3)$ ومنه $6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي		
$x\equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص)	0,5	
د) $(x_0,y_0)=(78,80)$	0,5	
حلول المعادلة هي الثنائيات (x,y) حيث $x=78+654k$ و $y=80+671k$ ...$(k\in\mathbb{Z})$	1	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) أ) d من قواسم 18 إذن $d \in \{1,2,3,6,9,18\}$	0.5	
ب) $a=1386+11772p$ و $b=1422+12078p$ و $(p \in \mathbb{N})$	0.75	
التمرين الرابع: (06 نقاط)		
I) 1) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$	2×0,25	
$g'(x)=(1-x)e^x$ ، $g'(x)\geq 0$ لما $x\leq 1$ و $g'(x)<0$ لما $x>1$	0,5	
جدول التغيرات:	0,25	
2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1]$ و $g(1)>0$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-1$ ومنه للمعادلة $g(x)=0$		06
حل وحيد α في المجال $]-\infty;1]$، بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد β في المجال $[1;+\infty[$	0,75	
$-1,2<\alpha<-1,1$ لأن: $g(-1,2)\simeq -0,036$ ، $g(-1,1)\simeq 0,032$	0,25	
و $1,8<\beta<1,9$ لأن: $g(1,8)\simeq 0,21$ ، $g(1,9)\simeq -0,33$		
إشارة $g(x)$: $g(x)\geq 0$ لما $x\in[\alpha;\beta]$ و $g(x)<0$ لما $x\in]-\infty;\alpha[\cup]\beta;+\infty[$	0,25	
II) 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ مستقيمان مقاربان معادلتاهما $y=0$ و $y=1$	0,75	
2) $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$	0,25	
f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha,\beta]$	0,25	
جدول التغيرات:	0,25	
3) $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و $-0,48<f(\alpha)<-0,45$ و $1,11<f(\beta)<1,25$	3×0,25	
4) $f(1)=1$ رسم (C_f):	0,5	
		
5) أ) $a(\lambda)=\int_1^{\lambda}(f(x)-1)dx=\left[\ln(1-xe^{-x})\right]_1^{\lambda}$	0,25	
$=\ln(1-\lambda e^{-\lambda})-\ln(e-1)+1$	0,25	
ب) $\lim_{\lambda\to+\infty} a(\lambda)=1-\ln(e-1)$ لأن $\lim_{\lambda\to+\infty}(-\lambda e^{-\lambda})=0$	0,25	

عناصر الإجابة (الموضـــــوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,5	
2) أ) لاحقة النقطة D' هي $2i$ إذن النقطة D صامدة بالتحويل S (D مركز S)	0,25×2	
ب) تبيان أن $z'-d=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$	0,5	
S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0,5	
3)أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)	0,25	05
النقط التي إحداثياتها صحيحة: $M(5k-3;-3k+4)/k\in\mathbb{Z}$	0,75	
ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M_0'(-5;1)$	0,25	
المستقيمان (BM_0') و (BA) متعامدان ($\arg(\frac{z_{M_0'}-z_B}{z_A-z_B})=\frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BM_0'}=0$)	0,75	
4) المستقيمان (BM') و (BA) متعامدان إذن : $\begin{cases}3x+5y=11\\-5\le x\le 5\\-5\le y\le 5\end{cases}$	0,5	
النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$	0,5	
التمرين الثاني: (04.5 نقاط)		
1) $f'(x)=\frac{8x}{(x+4)^2}\ge 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0,5	
(أو باستعمال المنحنى المرفق)		
2) أ) تمثيل الحدود:	0,5	04.5
ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو الصفر	0,5	
3) أ) $0\le U_0\le 3$ محققة		
نفرض $0\le U_n\le 3$ ومنه $f(0)\le f(U_n)\le f(3)$	0,5	
ومنه $0\le U_{n+1}\le 3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7}<3$		
إذن لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $0\le U_n\le 3$		
ب): $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4}<0$ (لأن $0\le U_n\le 3$)	0.5	
ومنه (U_n) متناقصة.		
جـ) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	0.5	
4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4}\le 0$ لأن $0\le U_n\le 3$ ومنه نستنتج أن :		
$0\le U_{n+1}\le\frac{6}{7}U_n$	0.5	



عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \le U_n \le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$	0,75	
جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{7}\right)^n = 0$ لأن $(0 < \frac{6}{7} \le 1)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$ حسب مبرهنة الحصر.....	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ حيث $t' \in \mathbb{R}$	0,5	
2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين	0.75	
3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ لـ (P) أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x+y+2z-3=0$ ...	0.75	05
4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d = 2$	0.5	
5) أ) $A'\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A و يعامد (P).....	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') : $\begin{cases} x = -\frac{1}{3}+\lambda \\ y = \frac{1}{3}+2\lambda \\ z = \frac{5}{3}-2\lambda \end{cases}$; $\lambda \in \mathbb{R}$	0.25	
ب) $(\Delta') \cap (\Delta')' = \{B(1,3,-1)\}$	0.5	
6) أ) $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$	0.25	
ب) $f'(t) = 18t - 24$ ومنه $t_0 = \frac{4}{3}$ ، $f(t_0) = 4$	0.25	
جـ) $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (05.5 نقاط)		
1) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$	0,25×2	
$f'(x)=\dfrac{-1+4\ln x}{x}$	0.5	
إشارة $f'(x)$: $0 \quad - \quad e^{\frac{1}{4}} \quad + \quad +\infty$	0.25	
جدول التغيرات :	0.25	
ب) معادلة المماس (Δ) : $y=\dfrac{3}{e}x-3$	0.5	
جـ) $x=e$ و $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$	0,25×2	
رسم (C_f) :	0.50	05.5
2) أ) تغيرات الدالة g	0,75	
ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x)-g(x)=2(\ln x-1)(\ln x+1)$	0,25	
الإشارة : $0 \quad + \quad e^{-1} \quad - \quad e \quad + \quad +\infty$	0,25	
(C_f) أعلى (C_g) في كل من $\left]0;\dfrac{1}{e}\right[$ و $]e;+\infty[$ و (C_f) أسفل (C_g) في $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$	0,25	
رسم (C_g) :	0,25	
3) أ) $h'(x)=(\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$	0.25	
ب) $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx=2\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[(\ln x)^2-1\right]dx=2\left[h(x)-x\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=-\dfrac{8}{e}$	0.5	