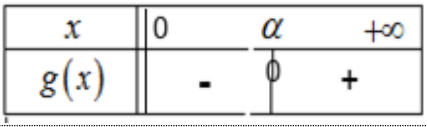
عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04,5 نقطة)		**04,5**
1.أ) $\overrightarrow{AB}(1;-2;1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;-1;1)$ غير مرتبطين خطيا	**0,25**	
ب) $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ و $x+3y+5z-4=0$ معادلة للمستوي (ABC).	**0,75**	
2.أ) $(P):x+3y+z-6=0$ و الشعاعين $\vec{n}$ و $\vec{n}_p$ غير مرتبطين خطيا.	**0,25×2**	
ب) $D\in(\Delta)$ و $\vec{u}$ شعاع توجيه له.	**0,50×2**	
جـ) $(\lambda\in\mathbb{R})$, $(\Delta)\begin{cases}x=-3\lambda+\frac{1}{2}\\ y=\lambda+2\\ z=-\frac{1}{2}\end{cases}$.	**0,25**	
د) $(H\in(\Delta))$ و $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0$ و $d\left(A;(\Delta)\right)=AH=\frac{\sqrt{14}}{4}$.	**0,75**	
3. أ) $G(-6;5;-1)$.	**0,25**	
ب) $(\Gamma):x^2+y^2+z^2+6x-6y-7=0$.	**0,25**	
$(\Gamma):(x+3)^2+(y-3)^2+z^2=25$.	**0,25**	
(Γ) سطح كرة مركزها $\Omega(-3;3;0)$ و نصف قطرها 5.		
جـ) $d\left(\Omega;(ABC)\right)=\frac{2}{\sqrt{35}}$ و $\frac{2}{\sqrt{35}}<5$ ، (Γ) يقطع (ABC) وفق دائرة .	**0,25**	
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		**02,75**
1. u_1 و u_2 حلا المعادلة $x^2-e^4\left(1+e^3\right)x+e^{11}=0$ ، $\Delta=\left[e^4\left(e^3-1\right)\right]^2$	**0,50**	
منه $u_1<u_2$ و $u_1=e^4$ و $u_2=e^7$ و $q=e^3$		
2.أ) $u_n=e^{3n+1}$.	**0,25**	
ب) $S_n=\frac{(n+1)(3n+2)}{2}$.	**0,50**	
3. أ) $2S_n=a_n(3n-4)+14$.	**0,50**	
تبيان أن: $PGCD(2S_n,a_n)=PGCD(a_n,14)$.		
ب) القيم الممكنة لـ $PGCD(2S_n,a_n)$ هي 1 ، 2 ، 7 ، 14.	**0,25**	
جـ) $n=14k+4$ و $k\in\mathbb{N}$.	**0,75**	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
.4 $k\in\mathbb{N}$: | n | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ | | الباقي | 1 | 2 | 4 |	**0,50**	**01,75**
.5 $p\in\mathbb{N}$ حيث $n=35p$	**0,75**	
.6 $1437^{9n+1}-3\times 4^{12n+1}+52\equiv 0[7]$.	**0,50**	
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		**04,5**
1.أ) $z_1=2+i$ و $z_2=2-i$.	**0,50**	
ب) $z'=1+i\sqrt{3}$ و $z"=1+i\left(\sqrt{3}-2\right)$	**0,50**	
2.أ) $1+i\sqrt{3}=2e^{i\frac{\pi}{3}}$.	**0,25**	
ب) $\theta=\dfrac{\pi}{12}$.	**0,50**	
جـ) $\left[\dfrac{z_0\left(1+i\sqrt{3}\right)}{2}\right]^n=\cos\left(\dfrac{5n\pi}{12}\right)+i\sin\left(\dfrac{5n\pi}{12}\right)$.	**0,25**	
د) $n=24p$ و $p\in\mathbb{N}$.	**0,50**	
3.أ) $z_D=1+i\left(\sqrt{3}-2\right)$	**0,25**	
ب) الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.	**0,25**	
جـ) $z_E=\dfrac{14}{5}+\dfrac{3}{5}i$.	**0,50**	
– التشابه المباشر مركزه E نسبته 2 و $\dfrac{\pi}{2}$ زاوية له .	**0,25**	
4.أ) $z_I=2$.	**0,25**	
ب) $\left\|z_E-z_I\right\|=1$.	**0,25**	
(Γ) هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها 1.	**0,25**	
التمرين الرابع: (06,50 نقطة)		**01**
I) 1. $g'(x)=2x+\dfrac{2}{x}$ ، g متزايدة تماما على المجال.	**0,50**	
2. المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقّق : $0,52<\alpha<0,53$. $g(0,52)\approx -0,04$ و $g(0,53)\approx 0,01$	**0,50**	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3. 	0,25	05,50
II) 1. $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.	0,25×2	
2. أ) $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x^2}$.	0,50	
ب) جدول تغيرات الدالة f .	0,25	
جـ) $f(\alpha) = 2\left(\dfrac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ و $2,71 < f(\alpha) < 2,81$.	0,25×2	
3. أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) + x \right] = 0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta): y = -x$.	0,25×2	
ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .	0,25	
جـ) $(T): y = -x + 2\sqrt{e}$.	0,50	
4. إنشاء (T) و (Δ)و (C_f) .	0,50	
5. المناقشة بيانيا: – إذا كان $m \leq 0$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. – إذا كان $0 < m < 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلّين متمايزين. – إذا كان $m = 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا. – إذا كان $m > 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة لا تقبل حلولا.	0,50	
III) 1. الدالة $h: x \mapsto f(x) + x$ موجبة تماما على المجال $\left[e^n; e^{n+1} \right]$ من أجل كل عدد طبيعي n .	0,25	
2. u_0 يشير إلى مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = e$.	0,25	
3. $u_n = 2n + 4$.	0,50	
4. $S_n = n^2 + 5n + 4$.	0,25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (05 نقاط)		
1) أ. $\overrightarrow{AB}(0;2;1)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;0;-1)$: $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$ ومنه $\alpha=1$ و $\beta=2$.	0,50	
ب . $(ABC):2x+y-2z+4=0$.	0,50	
2) أ . $\vec{n}\perp\vec{n}$ ، $\vec{n}\cdot\vec{n}_{(P)}=0$.	0,25	
ب . $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=t\\ y=-4t\\ z=2-t\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).	0,50	
جـ . المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ) . لدينا: $d\left(D;(Q)\right)=4$ و $d\left(D;(P)\right)=\sqrt{2}$ ومنه $d\left((\Delta);D\right)=\sqrt{4^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=3\sqrt{2}$	0,75	
3) أ. معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S): $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4^2$.	0,25	
ب . إيجاد الطبيعة والخصائص المميزة لتقاطع المستوي (Q) وسطح الكرة (S)	0,25	05
$d\left(D;(P)\right)=\sqrt{2}<4$ إذن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (P) والمار من D إذن إحداثياتها تحقق $\omega(2;4;0)$ وبالتالي $t=-1$ أي $(3+t)+0(4)+(1+t)-2=0$	0,50	
نصف قطرها : r يحقق $r=\sqrt{4^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$ أي $r=\sqrt{14}$.	0,25	
4) أ . المجموعة (Γ): $MG_0=MG_1$ ومنه (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة $[G_0G_1]$	0,25	
ب. كتابة $\overrightarrow{CG_\lambda}$ بدلالة $\overrightarrow{CH}$: $\overrightarrow{CG_\lambda}=\frac{1}{1+e^\lambda}\overrightarrow{CH}$.	0,25	
جـ . مجموعة النقط G_λ لما $\lambda\in\mathbb{R}$: لدينا $\lambda\in\mathbb{R}$ إذن $\frac{1}{1+e^\lambda}\in]0;1[$.	0,25	
مجموعة النقط هي قطعة المستقيم $[CH]$ باستثناء طرفيها C و H	0,25	
د. G_λ منتصف القطعة المستقيمة $[CH]$ معناه $\overrightarrow{CG_\lambda}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CH}$ أي $e^\lambda=1$ فيكون بذلك $\lambda=0$.	0,25	
التمرين الثاني : (04 نقاط)		
I) 1) حل المعادلة $z^2-2z+2=0$: $S=\{1-i;1+i\}$	0,50	
2) إيجاد z_1 و z_2 : $z_1=i\sqrt{2}$ و $z_2=-i\sqrt{2}$	0,50	01,50
II) 1) كتابة z_H على الشكل الأسي و استنتاج نوع المثلث BEC.	0,25	
$z_E=-1+i$ ، $z_H=\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)=1.e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ ، المثلث BEC متقايس الساقين $BC=BE$	0,25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) أ. $z'=z_Az+z_B$ ، $\lvert z_A\rvert=\sqrt{2}$ إذن S تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$	**0,50**	**02,50**
وقيس زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $\frac{z_B}{1-z_A}=\frac{2}{3}-i\frac{\sqrt{2}}{3}$	**0,50**	
ب. $CD=\lvert z_D-z_C\rvert=\lvert -2i\rvert=2$ إذن مساحة الدائرة $4\pi\,ua$	**0,25**	
جـ . (γ') هي الدائرة ذات المركز $C'(-\sqrt{2};0)$ صورة C ونصف قطرها $2\sqrt{2}$	**0,50**	
مساحتها $(4\pi)\left(\sqrt{2}\right)^2=8\pi\,ua$	**0,25**	
3) مجموعة النقط (δ) حيث $\frac{z_B-z}{z_C-z}$ حقيقيا سالبا تماما	**0,50**	
$\frac{z_B-z}{z_C-z}$ حقيقيا سالبا تماما معناه قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{MC};\overrightarrow{MB}\right)=\pi+2k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$		
إذن (δ) القطعة المستقيمة $[CB]$ باستثناء طرفيها B و C.		
<u>التمرين الثالث:</u> (04 نقاط)		**04**
1) أ. دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 : $r\in\{1;3;4;5;9\}$	**0,50**	
دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11 : $r'\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$	**0,75**	
ب. برهان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $2\times2016^{5n+4}+1437^{10n+4}$ تقبل القسمة على العدد 11.		
لدينا $2016\equiv3[11]$ إذن $2016^{5n+4}\equiv3^{5n+4}[11]$ و منه: $2\times2016^{5n+4}\equiv8[11]$.....(1)	**0,25**	
لدينا $1437\equiv7[11]$ و منه $1437^{10n+4}\equiv7^{10n+4}[11]$ أي: $1437^{10n+4}\equiv3[11]$.....(2)	**0,25**	
من (1) و (2) نجد : $2\times2016^{5n+4}+1437^{10n+4}\equiv0[11]$.	**0,25**	
2) أ. مجموعة حلول المعادلة (E): $(x;y)=(3k+2;7k+2)\;,k\in\mathbb{N}$	**0,50**	
ب. – القيم الممكنة للعدد d : $d\in\{1;2;4;8\}$.	**0,50**	
– تعيين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d=4$.		
$(x;y)=(24k'+20;56k'+44)\;,k'\in\mathbb{N}$.	**0,50**	
جـ. $(x;y)=(30k+17;70k+37)\;,k\in\mathbb{N}$.	**0,50**	
<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)		**01**
I) أ. $\varphi(x)=e\left(\frac{x^2}{e^x}-\frac{x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)-1$ إذن $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=-1$.	**0,25×2**	
ب . اتجاه التغيّر: $\varphi'(x)=-(x-1)(x-2)e^{-x+1}$.	**0,25**	
الدالة φ متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;1]$ و $[2;+\infty[$	**0,25**	
الدالة φ متزايدة تماما على المجال $[1;2]$.		

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
جدول تغيرات الدالة φ .	**0,25**	
2) بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا α يختلف عن 1	**0,50**	
3) إشارة $\varphi(x)$.	**0,25**	
II) 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	**0,25×2**	
ب) $f'(x)=(3-2x)e^{-x+1}$. إشارة $f'(x)$: $-\infty$ $+$ $\frac{3}{2}$ $-$ $+\infty$	**0,25**	
الدالة f متزايدة تماما على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.	**0,25**	
جدول التغيّرات	**0,25**	
2) المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس (T)	**0,25**	
أي : $\begin{cases} f(1)=g(1)=1 \\ f'(1)=g'(1)=1 \end{cases}$ و منه المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1	**0,25**	
$(T): y=x$		
3) رسم (T) و (C_f)	**0,50**	**06**
4) أ) تبيان أنّ: $f(x)-g(x)=\frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$	**0,25**	
ب. دراسة إشارة الفرق $f(x)-g(x)$: $-\infty$ $-$ $\frac{1}{2}$ $+$ 1 $+$ α $-$ $+\infty$	**0,25**	
– الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g).	**0,25**	
جـ. الدالة: $3+\int_1^x f(t)dt=-(2x+1)e^{-x+1}$.	**0,25**	
د. المساحة : $A=\int_1^2\left(f(x)-g(x)\right)dx=3-\frac{5}{e}-\ln 3$.	**0,25**	
III) 1) $f''(x)=(2x-5)e^{-x+1}$ و $f'''(x)=-(2x-7)e^{-x+1}$ ، $f^{(4)}(x)=(2x-9)e^{-x+1}$	**0,25**	
– التخمين: $f^n(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]e^{1-x}$	**0,25**	
2) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$، $f^n(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]e^{1-x}$	**0,50**	
3) أ. حساب : $u_{k+1}+u_k=2(-1)^k$	**0,25**	
ب. $u_1+u_2+\cdots+u_{2n}=(u_1+u_2)+(u_3+u_4)+\cdots+(u_{2n-1}+u_{2n})=-2n$	**0,25**	

ملاحظة: تقبل جميع الطرق الممكنة للحل.