الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة: 2018**

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثّل الجدول التّالي تطور النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i\%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

1) مثل سحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$ في معلم متعامد (نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 5% على محور التراتيب).

2) احسب $\left(\overline{X};\overline{Y}\right)$ إحداثيي G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$.

3) لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $\left(x_i;y_i\right)$.

بيّن أنّ $a=4,41$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثمّ احسب قيمة b .

4) باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداء من أي سنة تتجاوز نسبة النجاح 80% ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أُجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما، فكانت النتائج كما يلي:

70% من التلاميذ إناث، منهنّ 50% لا يمارسن هذه الرياضة.

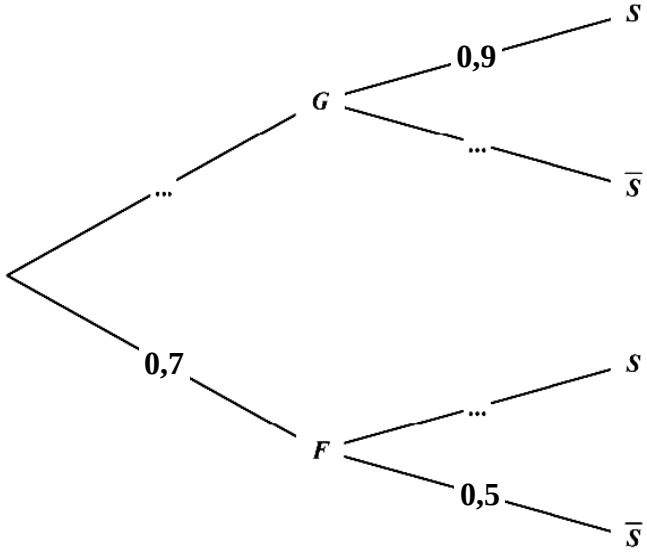
90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G: التلميذ المختار ذكر.

F: التلميذ المختار أنثى.

S: التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.



1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها.

2) احسب الاحتمالات الآتية:

$P(S)$ ، $P\left(G\cap\overline{S}\right)$ ، $P_{\overline{S}}(F)$ و $P_S(G)$.

3) هل الحادثتان G و $\overline{S}$ مستقلتان ؟ برّر إجابتك.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$u_0 = 50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$ و $v_n = u_n - 20$

1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $0,7$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

2) **أ.** اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

ب. عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016 . بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين في سنة $2016+n$ أي $u_0 = 50$

1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017 ؟ ثم في سنة 2018 ؟

2) **أ.** برّر العبارة $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب. ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$.

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسّر النتيجتين بيانيا.

2) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x) = \dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' مشتقة الدالة f) .

3) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ وشكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

5) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

6) ارسم المنحنى (C_f).

7) لتكن الدالة العددية F المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x\ln 16$.

بيّن أنّ F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$.

8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 4$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثّل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i ; y_i\right)$ في معلم متعامد. (نأخذ كوحدة بيانية: $2cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $2cm$ لكل مليون متقاعد على محور التراتيب).

2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثم علّمها.

3) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا.

4) نفرض أن تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.

أ. قدّر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.

ب. ابتداء من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تضُّم مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين رجالا يرمز لهم بـ H و نساء يرمز لهن بـ F.

منهم الإداريون "A" ، المهندسون "I" و العمال "T".

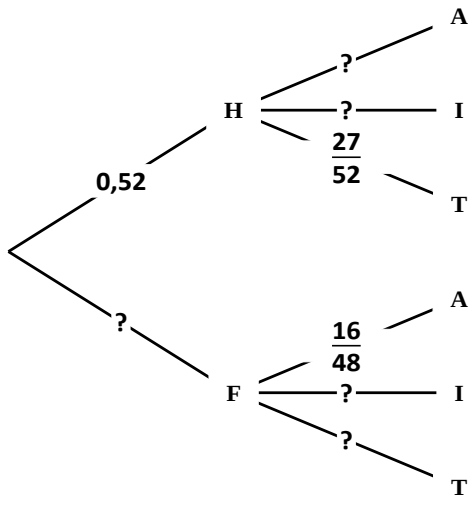
موزعين حسب الجدول المقابل:

	الإداريون A	المهندسون I	العمال T
الرجال	12%	13%	27%
النساء	16%	12%	20%

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري. نختار عشوائيا موظفا.

1) أ. بيّن أنّ احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H)=0,52$

ب. انقل ثمّ أتمم الشجرة.



2) احسب $P(H \cap T)$ و $P(F \cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنّه إداري؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $2u_{n+1}=u_n+6$

1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<6$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-6$.

أ. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. اكتب v_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+1}$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $g(x)>0$. (لا يطلب حساب النهايات)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+xe^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثمّ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحني (C_f).

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=4$ تقبل حلّا وحيدا α حيث: $3,75<\alpha<3,77$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f).

5) نعتبر الدالة العددية F المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $F(x)=\frac{1}{2}x^2-(x+1)e^{-x+1}$.

أ. بيّن أنّ الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب. أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد.

6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كميّة q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0\le q\le 7$ بالدالة f المعرّفة سابقا أي: $C_m(q)=f(q)$ حيث: $q\in[0;7]$. (الكلفة الهامشية مقدّرة بملايين الدنانير)

أ. ما هي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟

ب. نذكّر أنّ دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. احسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.

انتهى الموضوع الثاني