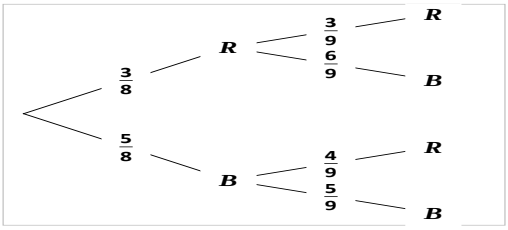
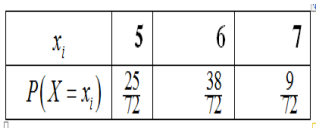
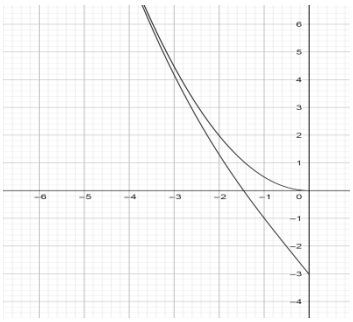
عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ. لدينا: $f'(x)=\frac{40}{(9-x)^2}$ ومنه f متزايدة تمامًا على $[1;4]$.	2×0.25	0.75
ب. من أجل: $x\in[1;4]$ يكون $f(x)\in[f(1);f(4)]$	0.25	
2) أ. البرهان بالتّراجع.	2×0.25	1.25
ب. لدينا : $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)(u_n-4)}{9-u_n}$ ونجد أنّ (u_n) متناقصة تمامًا.	2×0.25	
الاستنتاج: (u_n) متناقصة تمامًا و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.	0.25	
3) أ. لدينا: $v_{n+1}=\frac{5}{8}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{8}$ و $v_0=-\frac{1}{2}$.	2×0.25	1.25
ب. عبارة v_n و عبارة u_n : $v_n=\frac{-1}{2}\left(\frac{5}{8}\right)^n$ ، $u_n=\frac{4\left(\frac{5}{8}\right)^n+2}{\left(\frac{5}{8}\right)^n+2}$.	2×0.25	
حساب: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$	0.25	
4). نجد: $S_n=\frac{-1}{8}\left(5^{n+1}-1\right)$	0.75	0.75
التّمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) شجرة الاحتمالات: 	0.25x5	1.25
2) احتمال أن يوجد في الصّندوق 7 كريات بيضاء: $\frac{3}{8}\times\frac{3}{9}=\frac{1}{8}$	0.5	0.5
3) احتمال أن يوجد في الصّندوق 4 كريات حمراء على الأقل: $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$	0.75	0.75
4) أ . تبرير أنّ قيّم المتغير العشوائي X هي: 5 ، 6 و7	0.5	1.50
ب. تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي. 	0.75	
$E(X)=\frac{52}{9}$	0.25	

x_i	5	6	7
$P(X=x_i)$	$\frac{25}{72}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{9}{72}$

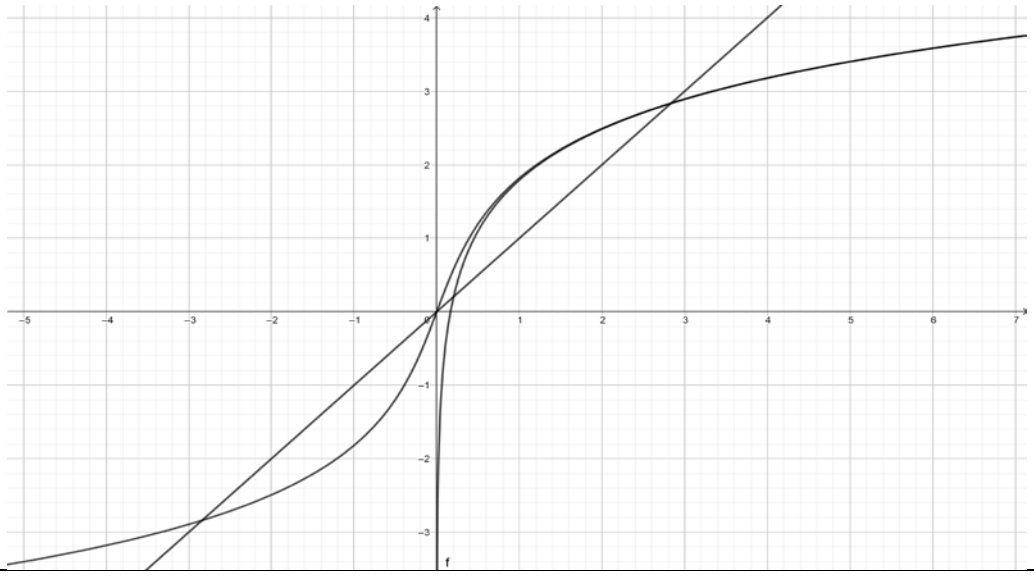
التّمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) لدينا: $3a-2b=1$ ، إذن حسب بيزو a و b أوليان فيما بينهما	0.75	0.75
2) لدينا: ($\alpha\mid a$ و $\alpha\mid c$) ومنه: $\alpha\mid(4c-3a)$ أي $\alpha\mid 5$.	0.75	1.5
$\alpha=5$ معناه ($a\equiv 0[5]$ و $c\equiv 0[5]$) أي $n\equiv 1[5]$ ومنه $n=5k+1$ ، $k\in\mathbb{N}$	0.75	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
3) أ . إثبات أنّ α يقسم β . لدينا ($\alpha \mid a$ و $\alpha \mid c$) ومنه ($\alpha \mid a$ و $\alpha \mid bc$) وبالتّالي $\alpha \mid p\gcd(a,bc)$ أي $\alpha \mid \beta$ **ب.** إثبات أنّ β و b أوليان فيما بينهما: نفرض أنّ d قاسم مشترك لـ β و b ($d \mid b$ و $d \mid \beta$) ومنه($\alpha \mid b$ و $d \mid a$) وبالتّالي $d \mid p\gcd(a,b)$ أي: $d=1$ **ملاحظة:** يمكن استعمال مبرهنة بيزو استنتاج أنّ: $\alpha = \beta$: ($\beta \mid bc$ و $\beta \wedge b = 1$) ومنه($\beta \mid c$ و $\beta \mid a$) وعليه $\beta \mid \alpha$ ($\beta \mid \alpha$ و $\alpha \mid \beta$) معناه $\alpha = \beta$	**0.5** **0.5** **0.5**	**1.5**
4) أ . لدينا : $A=(n-1)(4n+1)$ و $B=(n-1)bc$ إذن كلاّ من A و B مضاعف لـ $(n-1)$ **ب.** لدينا $d=PGCD(A,B)$ ومنه $d=(n-1)PGCD(a,bc)$ ومنه $d=(n-1)\beta=(n-1)\alpha$ وعليه من أجل $\alpha=1$: $d=n-1$ ، من أجل $\alpha=5$: $d=5n-5$	**0.5** **0.25x3**	**1.25**
التّمرين الرابع : (07 نقاط)		
I) من أجل $x \in]-\infty\,;0]$: $h(x) \le 0$ و $g(x)<0$	**0.25×2**	**0.5**
II) 1) أ. من أجل كل x من $]-\infty\,;0]$: $f'(x)=x(e^x+1)+(-2e^x)=h(x)+g(x)$ ب. f متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty\,;0]$.	**0.5+0.25** **0.5**	**1.25**
2) نجد: $f(0)=-3$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(xe^x-3e^x+\frac{1}{2}x^2)=+\infty$ جدول التّغيرات	**0.25×2** **0.5**	**1**
3) f مستمرة ومتناقصة تمامًا على المجال $]-\infty\,;0]$ وتأخذ قيمها في $[-3\,;+\infty[$ ومنه $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]-\infty\,;0]$. التّحقق أن $\alpha \in]-1,5\,;-1,4[$: $f(-1,5)\simeq 0,121$ ، $f(-1,4)\simeq -0,105$	**0.75** **0.25**	**1**
4) أ . نجد: $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-\frac{1}{2}x^2)=0$ ، إذن: (P) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ **ب.** من أجل كل x من $]-\infty\,;0]$: $f(x)-\frac{1}{2}x^2=(x-3)e^x$ ومنه $f(x)-\frac{1}{2}x^2<0$ وبالتالي (C_f) أسفل (P) على المجال $]-\infty\,;0]$	**0.5×2** **0.5+0.25**	**1.75**

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
جـ. إنشاء (P) و (C_f) : 	**0.25** **0.5**	**0.75**
5) المناقشة البيانية وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $\lvert f(x)\rvert = e^m$ في $]-\infty\,;0]$ من أجل $m \le \ln 3$ المعادلة تقبل حلّين مختلفين. من أجل $m > \ln 3$ المعادلة تقبل حلّ واحد	**0.25×3**	**0.75**

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأول: (04 نقاط)		
1) $(x;y)=(5k-1;3k-1)$ حيث $k\in Z$	**1**	**1**
2) أ) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على 7 ($k\in\mathbb{N}$) n | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ باقي القسمة | 1 | 2 | 4 ب) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11 ($k'\in\mathbb{N}$) n | $5k'$ | $5k'+1$ | $5k'+2$ | $5k'+3$ | $5k'+4$ باقي القسمة | 1 | 4 | 5 | 9 | 3	**0.5** **0.5**	**1**
3) بما أن 7 و 11 أوليان فيما بينهما فإنّ: $\begin{cases}14\times4^n+11\times9^n-4\equiv0[7]\\14\times4^n+11\times9^n-4\equiv0[11]\end{cases}$ يعني $\begin{cases}11\times9^n-4\equiv0[7]\\14\times4^n-4\equiv0[11]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}9^n\equiv1[7]\\4^n\equiv5[7]\end{cases}$ أي: $n=3\alpha=5\beta+2$ ومنه $3\alpha-5\beta=2$ (α، β عددان طبيعيان) $n=15p-3$ ومنه $(\alpha;\beta)=(5p-1;3p-1)$. حيث $(p\in\mathbb{N}^*)$	**0.25×3** **0.25**	**1**
4) أ. $S_n=4\left(4^{15n}-1\right)+\frac{9}{2}\left(9^{15n}-1\right)$. **ب.** إثبات أنّ S_n مضاعف للعدد 77. $S_n\equiv0[77]$ يعني $2S_n\equiv0[77]$ أي $8\left(4^{15n}-1\right)+9\left(9^{15n}-1\right)_n\equiv0[77]$ أي $\begin{cases}8\left(4^{15n}-1\right)+9\left(9^{15n}-1\right)\equiv0[7]\\8\left(4^{15n}-1\right)+9\left(9^{15n}-1\right)\equiv0[11]\end{cases}$ $\begin{cases}4^{15n}-1\equiv0[7]\\9^{15n}-1\equiv0[11]\end{cases}$ أي $\begin{cases}\left(4^3\right)^{5n}-1\equiv0[7]\\\left(9^5\right)^{3n}-1\equiv0[11]\end{cases}$ أي $\begin{cases}(1)^{5n}-1\equiv0[7]\\(1)^{3n}-1\equiv0[11]\end{cases}$ محققة دوما	**0.5** **0.5**	**1**
التّمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ . $P(A)=\frac{n^2-n+14}{(n+5)(n+6)}$ ، $P(B)=\frac{n^2-n+2}{n^2-n+14}$ **ب.** $P(A)=\frac{17}{55}$ يعني $n=5$	**0.5×2** **0.5**	**1.5**
2) أ . بعد الحساب نجد قيم المتغيّر العشوائي X $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ ، 1. **ب.** $P(X=0)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$	**0.5** **0.5**	**1**

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
جـ. قانون احتمال X : $E(X)=\frac{37}{220}$	1 0.5	1.5
التّمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) أ . $w_0=4$ ، $w_1=4(6\alpha-1)$ **ب.** $w_{n+1}=(6\alpha-1)w_n$: (w_n) متتالية هندسية أساسها $(6\alpha-1)$. **جـ.** $w_n=4(6\alpha-1)^n$. $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=0$ يعني $-1<6\alpha-1\le 1$ ومنه $0<\alpha\le\frac{1}{3}$.	2×0.25 0.5 0.5 0.5	2
2) أ . $u_{n+1}-u_n=-(3\alpha-1)w_n$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا . $v_{n+1}-v_n=(3\alpha-1)w_n$ ومنه المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا. **ب.** بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا و المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا و $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)=0$ فإنهما متجاورتان وبالتالي متقاربتان نحو نفس النّهاية ℓ .	0.5 0.5 0.5 0.25	1.75
3) لدينا $u_{n+1}-u_n=-(3\alpha-1)w_n$ و $v_{n+1}-v_n=(3\alpha-1)w_n$ إذا $u_{n+1}+v_{n+1}=u_n+v_n=u_0+v_0=2$ استنتاج قيمة ℓ : $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n)=2$ ومنه $\ell=1$	0.5 0.25	0.75
4) نجد: $S=2021-\frac{(6\alpha-1)^{2021}-1}{3\alpha-1}$.	0.5	0.5
التّمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ . $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (مع التّبرير) اثبات أنّ : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$. **ب.** من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$. **جـ.** من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)>0$ ، إذن f متزايدة تمامًا على $\mathbb{R}$. جدول تّغيّرات الدالة f .	2×0.25 0.25 0.5 0.25 0.25	1.75
2) أ . تبيان أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ **ب.** تبيان أنّ من أجل كل $x\ge 0$ ، $g'(x)=\frac{-9x^2+8}{\left(\sqrt{9x^2+1}\right)\left(3+\sqrt{9x^2+1}\right)}$	0.5 0.5	1

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
جـ. إشارة $g'(x)$ هي من إشارة $\left(-9x^2+8\right)$. g متزايدة تمامًا على $\left[0;\frac{2\sqrt{2}}{3}\right]$ و متناقصة تمامًا على المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty\right[$ جدول تغيّرات الدّالة g	0.25 0.25 0.25	0.75
3) أ. g مستمرة ورتيبة تمامًا على $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty\right[$ وتأخذ قيمها في المجال $\left]-\infty;g(\frac{2\sqrt{2}}{3})\right]$. التّحقق من أنّ $2,83<\alpha<2,84$: $g(0.84)\approx -0.005$ و $g(0.83)\approx 0.001$ **ب.** استنتاج إشارة $g(x)$: **جـ.** الوضع النّسبي : (C_f) فوق (Δ) على المجال $]0;\alpha[$ (C_f) تحت (Δ) على المجال $]\alpha;+\infty[$ (C_f) و (Δ) متقاطعان في نقطتين فاصلتاهما 0 و α	0.5 0.25 0.25 0.5	1.5
4) أ. لدينا $k(x)=\ln 6+\ln x$ إذن (γ) هو صورة المنحني الممثل للدّالة $x\mapsto \ln x$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(0;\ln 6)$. **ب.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-k(x)\right)=0$. نستنتج أنّ (γ) منحني مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$.	0.25 2×0.25	0.75
5. أ. إثبات أنّ الدّالة f فردية. **ب.** رسم كل من (γ)،على المجال $]0;+\infty[$ و رسم (C_f) و (Δ) على المجال $]0;+\infty[$. استنتاج الرسم للمنحني (C_f) على $\mathbb{R}$. 	0.25 3×0.25 0.25	1.25