عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية و حساب v_0	0.5+2× 0.25	**04**
2) كتابة v_n بدلالة n **و** استنتاج u_n بدلالة n	0.5+2× 0.25	
3) حساب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$	0.25	
4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .	01	
ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$	0.5	
جـ) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0\ ;\ 1;\ 2\}$	3 × 0.5	**04**
2) مجموعة الامكانيات الأمل الرياضياتي $E(x)$ لـ X هو : $E(x) = \frac{6}{5}$	0.5 4 × 0.25	
3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 . C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$	0.5	
4) (عدد الحالات الملائمة للحادث هو 4) ومنه **الاحتمال يساوي** $\frac{2}{5}$	0.5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ)	0.5	**04**
ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ استنتاج أن C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته .	0.75 0.75	
2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه S	0.5+2× 0.25	
ب) تعيين. z_D ، $z_D = 2 + \left(1 + \sqrt{3}\right)i$	0.5	
3) التحاك h مركزه A حيث $S = hor$ نسبته 2 استنتاج أن النقط A ، C **و** D في إستقامية.	0.25	
4) التحقق أن النقطة C من المجموعة (E) استنتاج طبيعة المجموعة (E)	0.25	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) **أ)** اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$	2× 0.25	**1.75**
ب) استنتاج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-0,5\ ;\ -1[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر	0.75	
جـ) استنتاج اشارة $g(x)$.	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
(II		
1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.	2×0.5	
2) إثبات أن من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x)=g(x)$ جدول تغيرات الدالـــة f	2×1	
3) أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ استنتاج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)	2×0.25	**04.75**
ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى (C_f)بالنسبة للمستقيم (Δ) .	0.25	
جـ) كتابة معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .	0.5	
4) انشاء المستقيم (Δ)والمماس (T) و المنحني (C_f)	0.5	
5) حساب $f(x)-g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة f .	0.75	**0.75**
6) أ) إثبات أن الدالة h زوجيـة .	0.25	
ب) إثبات انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$	0.25	**0.75**
جـ) كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) أنشـــاء (C_h) في المجال $[-3;3]$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن $(6n+2,10n+3)$ حل للمعادلة (E)	1	**04**
ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.....	1	
2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$	0.75	
ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n\equiv 12[41]$	0.75	
3) أ) A و B يقبلان القسمة على $2n+3$	0.25	
ب) $p\gcd(A,B)$ حسب قيم n	0.25	
التمرين الثاني:(04 نقاط)		
1) مجموع الامكانيات	1	**04**
أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{10}{21}$	0.75	
ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1-\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{20}{21}$.....	0.5	
جـ) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$	0.5	
2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{0,1,2,3\}$.	0.5	
قانون الاحتمال $\left(P(X=0)=\frac{4}{84},P(X=1)=\frac{30}{84},P(X=2)=\frac{40}{84},P(X=3)=\frac{10}{84}\right)$	0.5	
ب) $P(X^2-X\le 0)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) أ).التحقق ان $(2-2\sqrt{3})^2=16-8\sqrt{3}$	0.5	**03**
ب). $L_1=(2-2\sqrt{3})+i(2+2\sqrt{3})$ و. $L_2=(2\sqrt{3}-2)-i(2+2\sqrt{3})$	2×0.5	
(II		
1) أ). $z_A=(2-2\sqrt{3})+i(2+2\sqrt{3})$ ،..... .	0.5	
$z_A=4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)}=(2-2\sqrt{3})+i(2+2\sqrt{3})$	0.5	
ب).استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) S تشابه مباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C . **أ)** العبارة المركبة للتشابه S هي : $z' = \frac{1}{2}iz$ **ب)** العناصرالمميزة للتشابه S : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$ **3)** لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$. أ) $z_G = 1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ب) $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\| = 2\sqrt{2}$ تكافئ $MG = \sqrt{2}$ (E) دائرة مركزها G وطول نصف قطرها $R = \sqrt{2}$ ، محيط (E') هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.	0.5 0.5 0.5 0.5	**02**
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I). الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$. فان $g(x) > 0$ **II).** نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$ **1).** أ). $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ ، تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ **ب).** من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$. **جـ).** الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة f . **2).** معادلة للمماس (T) : $(T): y = \frac{1}{2}(e+1)x - \frac{1}{2}(e+1) + \ln 2$ **3).** أ) الدالة f على $]0;+\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A ذات الفاصلة α **ب)** التحقق ان $0.7 < \alpha < 0.8$ **4).** أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - \ln(x+1)] = 0$ و التفسير الهندسي **ب)** دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (Γ)و (C_f) **جـ)** رسم (T)و (Γ)و (C_f)	**0.5+0.75** **2×0.5** **0.75** **2×0.5** **0.25** **0.25** **0.25** **2×0.25** **0.25** **2×0.25**	**06**

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5). للمعادلة $f(x)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين من أجل $m\in\left]\frac{1}{2}(1+e)-\ln 2;+\infty\right[$	0.25	**1**
6). نقبل انه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$		
أ) نبين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$.	0.25	
ب) التحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ أن الدالة : $x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$.	0.25	
جـ) باستخدام السؤال6) أ) نبين أن : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$	0.25	
لدينا: $\int_{e-1}^{e^2-1}\ln 2\,dx<S<\int_{e-1}^{e^2-1}e+\ln(x+1)dx$ ومنه $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$		