BAC2025/SJ2S/#CH01R01#

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbf{N}$ بـ: $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{3}{5}u_n+\frac{8}{5}$

أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2\leq u_n<4$

جـ) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbf{N}$ بـ: $v_n=u_n-4$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

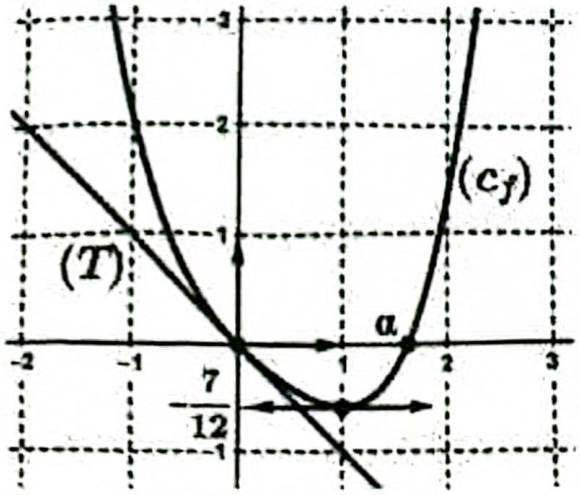
3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

- بيّن أن: $S_n=5\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}+4n-1$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، تمثيلها البياني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما 0 و α

(T) مماس لـ (C_f) عند مبدأ المعلم ، كما في الشكل أدناه.



1) بقراءة بيانية:

أ) حدد إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

جـ) جد $f'(0)$ ثم اكتب معادلة للمماس (T)

2) نقبل أن: $f(x)=\frac{1}{12}\left(3x^4-4x^3+6x^2-12x\right)$

أ) بيّن أن: $1,6<\alpha<1,7$

ب) احسب $f'(x)$ ثم تحقق من إجابة السؤال 1) جـ).

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - \frac{5}{3}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{2}{5}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

- بيّن أنّ: $S_n = \frac{4}{9}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}n + \frac{5}{9}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f(x)=\frac{1}{4}x^2(2\ln x-3)$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=x(\ln x-1)$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (c_f) عند النقطة A

4) أ) احسب $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)$ ثمّ ارسم كلّا من (T) و (c_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=m$

5) F الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{1}{36}x^3(6\ln x-11)$

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$

ب) استنتج حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$ ، $x=1$ ، $x=e$

6) g الدّالة المعرّفة بـ: $g(0)=0$ ومن أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x ، $g(x)=\frac{1}{4}x^2(2\ln|x|-3)$

و (c_g) تمثيلها البياني.

- بيّن أنّ الدّالة g زوجية ثمّ ارسم (c_g) انطلاقا من (c_f) في المعلم السّابق.

الموضوع الثّاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة في كلّ حالة من الحالات الآتية مع التّبرير.

1) (u_n) متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}$، أساسها 5 و $u_2=1$. عبارة u_n بدلالة n هي:

أ) $5n-9$ ب) $5n-4$ جـ) $5n+1$

2) مجموعة حلول المعادلة $1-3e^{-x}=0$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $\{-\ln 3\}$ ب) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ جـ) $\{\ln 3\}$

3) مجموعة حلول المتراجحة $\ln x+\ln(x+3)<2\ln 2$ في $]0;+\infty[$ هي:

أ) $]0;1[$ ب) $]1;+\infty[$ جـ) $]0;3[$

4) للمعادلة $x^3+x-1=0$ حلّ وحيد α حيث:

أ) $0,5<\alpha<0,6$ ب) $0,6<\alpha<0,7$ جـ) $0,7<\alpha<0,8$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

1) يمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=e^x-x-1$

أ) من جدول التغيّرات، حدّد إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $e^x\geq x+1$

2) (Γ) التّمثيل البياني للدّالة $x\mapsto e^x$ ، (T) المماس له عند النقطة ذات الفاصلة 0

أ) عيّن معادلة للمماس (T)

ب) استنتج ممّا سبق الوضع النّسبي لـ (Γ) و (T)

3) F الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x$

- احسب $F'(x)$ ثمّ استنتج حساب القيمة المتوسطة للدّالة f على $[0;1]$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2}{5}x+1$

- حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=x$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+1$

أ) احسب u_1 ثمّ عيّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $1\leq u_n<\frac{5}{3}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) يمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

أ) من جدول التغيّرات، حدّد إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $x-1\geq \ln x$

2) (Γ) التّمثيل البياني للدّالة $x\mapsto \ln x$ ، (T) المماس له عند النّقطة ذات الفاصلة 1

أ) عيّن معادلة للمماس (T)

ب) استنتج ممّا سبق الوضع النّسبي لـ (Γ) و (T)

3) أ) تحقّق أنّ الدّالة h المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x\ln x-x$ أصلية للدّالة $\ln$ على $]0;+\infty[$

ب) استنتج حساب القيمة المتوسطة للدّالة $\ln$ على $[1;e]$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x+1)e^x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=-(x+2)e^x$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) احسب $g(0)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+2-xe^x$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

جـ) ادرس الوضع النّسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ(Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أ) احسب $f(-2)$، $f(1)$ ثمّ ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

5) h الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(1-x)e^x$

- احسب $h'(x)$ ثمّ استنتج بالسنتيمتر المربّع حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x+2$ ، $x=-1$ و $x=0$